Government Publications

R. FRITH



RAPPORT FINAL
(Volume III)

AUTEURS: A. Raynauld, G. Marion, R. Béland

TITRE: La répartition des revenus selon les groupes ethniques au Canada v.3

DIV: V-B Rapport no. 2

Presented to the
LIBRARY *of the*
UNIVERSITY OF TORONTO
by
Mr. Royce Frith
Commissioner

Royal Commission on
Bilingualism and
Biculturalism

ACCOPRESS
GENUINE PRESSBOARD BINDER
CAT. NO. BP 2507 EMB
ACCO CANADIAN COMPANY LTD.
TORONTO
OGDENSBURG, N.Y., CHICAGO, LONDON

CA1 Z1
-63B500

VOLUME III

LA RÉPARTITION DES REVENUS SELON LES GROUPES ETHNIQUES AU CANADA

Rapport de recherche préparé pour la Commission royale d'enquête sur le bilinguisme et le biculturalisme

André Raynauld
Gérald Marion
Richard Béland

août 1966.

LIBRARY
2 1970
UNIVERSITY OF TORONTO

Contenu des volumes

VOLUME I

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I: Théories de la répartition des revenus
CHAPITRE II: Les revenus totaux
CHAPITRE III: Les revenus de travail et les revenus de placement

VOLUME II

CHAPITRE IV: La répartition industrielle de la main-d'oeuvre et les revenus de travail
CHAPITRE V: Main-d'oeuvre et revenus suivant l'âge
CHAPITRE VI: Le niveau de scolarité
CHAPITRE VII: La structure occupationnelle

VOLUME III

CHAPITRE VIII: Analyse des disparités de revenus
CHAPITRE IX: Ségrégation et revenus

Bibliographie

- CHAPITRE VIII -


Digitized by the Internet Archive
in 2024 with funding from
University of Toronto

https://archive.org/details/31761119714517

- CHAPITRE VIII -

ANALYSE DES DISPARITES DE REVENUS

Chapitre VIII

Analyse des disparités de revenus

Section 1 : Facteurs sociaux et économiques dans la détermination du revenu moyen des villes

Para. 1. : Les variables

a) Variables retenues

b) Représentation des variables

Para. 2. : Analyse des résultats: hypothèse forte de scolarité

a) Vue d'ensemble

b) Effet attribuable à l'appartenance ethnique française

c) Effet attribuable à l'appartenance ethnique britannique

Para. 3. : Analyse des résultats: hypothèse faible de scolarité

a) Vue d'ensemble

b) Effet attribuable à l'appartenance ethnique française

c) Effet attribuable à l'appartenance ethnique britannique

Section 2 : Etude de l'influence de certains facteurs sur les disparités de revenus entre divers groupes ethniques

Para. 1. : Considérations méthodologiques

a) Position du problème

b) L'orthogonalité des facteurs

1. Notion

2. Mesure du biais dû à l'absence d'orthogonalité

c) Interaction

d) Classification multiple

e) Conclusion

Para. 2. : La standardisation par facteur

a) Vue générale

b) La méthode utilisée

c) Analyse de l'influence de divers facteurs, par groupe ethnique

1. Britanniques et Français

2. Britanniques et Juifs

3. Britanniques et Italiens

4. Français et Juifs

5. Français et Italiens

6. Résumé

Para. 3. : Ajustements par itération des effets des facteurs; calcul de l'interaction

a) Estimation des effets de l'origine ethnique, de la scolarité et des occupations

b) Effets attribuables à chaque niveau de scolarité par groupes ethniques; interaction

c) Effets attribuables à chaque groupe occupationnel par groupes ethniques; interaction

Appendice VIII-1 Note mathématique sur les biais dus à l'absence d'orthogonalité dans la distribution de l'échantillon

Appendice VIII-2 L'orthogonalité des effets

Appendice VIII-3 Note mathématique sur l'influence jointe

Appendice VIII-4 Méthode d'ajustement par itération des effets des facteurs. Note sur l'interaction.

Chapitre VIII

Analyse des disparités de revenus

Introduction

Au premier chapitre de cette étude nous avons vu qu'une partie des revenus est attribuable à des facteurs objectifs alors que l'autre partie dépend de variables aléatoires.

Une analyse de régression permet d'intégrer dans un même modèle ces deux approches à l'étude de la répartition des revenus. C'est ce que nous ferons dans la première section de ce chapitre.

Mais si les disparités de revenu dépendent de facteurs objectifs, comme le démontre la théorie économique et l'illustre l'analyse de régression, on peut s'attendre à ce que les différences dans les attributs de deux groupes ethniques se reflètent dans leurs revenus respectifs. Ainsi, si les revenus annuels sont une fonction croissante de l'expérience et si d'autre part l'âge moyen d'un groupe ethnique est plus élevé que celui d'un autre groupe, le revenu du premier groupe serait plus élevé que celui du second. Classant les travailleurs par groupes ethniques, nous évaluerons, dans la deuxième section de ce chapitre, l'influence de certains facteurs sur les écarts de revenus entre ces groupes.

Section 1 : Facteurs sociaux et économiques dans la détermination du revenu moyen des villes.

Une analyse de régression permet d'intégrer dans un même modèle l'influence sur le niveau des revenus, et des mouvements aléatoires et des facteurs explicatifs, avons-nous dit. En effet, soit la fonction suivante:

$$Y_t = f(X_1, X_2, \ldots, X_n) + \varepsilon$$

Cette équation indique que le revenu Y est d'une part fonction d'un certain nombre de variables explicatives (X_1, X_2, ..., X_n) et que d'autre part il dépend de facteurs aléatoires représentés par ε. En fait ce modèle prend la forme ordinaire des modèles utilisés dans l'analyse de régression; mais la composante ε prend un sens particulier.

Dans les analyses de régression la composante résiduelle ε représente l'influence des variables (secondaires) qui n'ont pas été incorporées au modèle et dont l'effet peut être traité comme des variables aléatoires. En d'autres mots, la composante résiduelle est reliée à des différences de structure découlant de l'hétérogénéité de l'espace échantillonnal. Dans le modèle que nous utilisons, nous tenons compte des variables secondaires non-retenues, ainsi que des erreurs d'échantillonnage; mais étant donné l'importance des phénomènes aléatoires dans les modèles théoriques de la répartition des revenus, nous insistons

sur le fait que dans la variable ε se trouve un élément aléatoire proprement dit, relié par exemple à la distribution des aptitudes des sujets de l'échantillon (1). L'importance de cet effet peut être tel qu'il détermine la forme de la distribution de ε (2).

Précisons ensuite que les relations entre les différentes variables sont représentées ici par un schéma linéaire. L'équation précédente prend donc la forme suivante:

$$Y = \beta_o + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_n X_n + \varepsilon$$

Enfin, l'analyse n'a pas été faite au niveau des revenus des particuliers, mais nous avons pris comme base des observations (Y) le revenu moyen de la main-d'oeuvre salariée dans les cinquante-sept villes de 30,000 habitants et plus au Canada (3).

Para. 1. : Les variables

a) Variables retenues

Le but principal de la présente analyse de régression est

---

(1) Cf. chapitre 1er, IIe section.

(2) Cf. Gérard Adams, loc. cit.; T.P. Hill, "An Analysis of the Distribution of Wages and Salaries in Great Britain", Econometrica, juillet 1959, p. 371 et suivantes.

(3) Il eût été certes plus profitable de choisir les individus plutôt que les villes comme observations, mais nous n'avons pu obtenir du B.F.S. les informations nécessaires à cette fin. De plus, nous utilisons des observations groupées où les groupes ont des effectifs différents. Les estimateurs seraient encore non-biaisés, mais les tests d'hypothèses seraient affectés, quoique l'effet d'agrégation serait de les rendre plus sévères, alors que la présence d'effectifs différents agirait en sens contraire. Voir Malinvaud, Méthodes Statistiques de l'Econométrie, p. 249 et Theil, Linear Aggregation and Economic Relations.

de déterminer l'effet sur les revenus qui est attribuable à la densité des groupes ethniques. Dans cette optique, on peut considérer la régression multiple comme une méthode qui permet d'isoler et de mesurer l'influence de l'ethnicité en standardisant les autres causes d'écart de revenus. En effet, la main-d'oeuvre des divers groupes ethniques possède des attributs différents quant à la scolarité, à la structure d'âge et d'occupations, etc. Dès lors, si on ne s'en tient qu'à une analyse grossière par l'attribution immédiate des différences de revenus à la plus ou moins grande densité de tel ou tel groupe ethnique, on risque d'imputer à l'ethnicité ce qui de fait est attribuable au niveau d'éducation, à la structure occupationnelle, etc. (1). La standardisation de ces derniers facteurs est donc un préalable nécessaire à l'estimation de l'influence de l'ethnicité. C'est précisément ce que l'analyse de régression permet de faire.

En plus des "variables ethniques" nous retenons donc, au départ, les principaux facteurs susceptibles d'influer sur le niveau de rémunération des salariés soit:

$X_{(1)}$: structure des occupations;

$X_{(2)}$: degré d'emploi;

$X_{(3)}$: structure d'âge;

$X_{(4)}$: région économique;

---

(1) Ces "autres" facteurs, qui empêchent de mesurer l'effet du facteur qui nous occupe principalement, sont appelés, par certains auteurs, variables encombrantes.

$X_{(5)}$: rapport entre le nombre de salariés masculins d'origine britannique et le nombre total de salariés dans chaque ville;

$X_{(6)}$: rapport entre le nombre de salariés masculins d'origine française et le nombre total de salariés dans chaque ville;

$X_{(7)}$: niveau de scolarité;

$X_{(8)}$: taille des villes.

Les variables $X_{(1)}$, $X_{(3)}$, $X_{(7)}$ donnent naissance à une différence compensatrice dans les revenus des salariés des villes. Leur inclusion dans la régression permet d'estimer les écarts de revenus correspondant à cette différence compensatrice. Quant à $X_{(2)}$, il s'agit d'une correction technique due au fait que nous utilisons des revenus annuels. Elle indiquera néanmoins l'influence de l'emploi.

Quant aux "variables ethniques", elles mesurent, comme nous l'avons déjà noté, l'effet attribuable à l'origine ethnique. En effet, après que l'on a tenu compte d'une différence compensatrice liée à des attributs personnels, le revenu moyen d'un groupe ethnique peut encore varier 1) lorsque des caractéristiques propres (force physique, traits de personalité, intégration à la vie économique, efficacité, etc.) à chacun de ces groupes n'ont pas été incluses parmi les variables indépendantes de la régression (1); et 2) lorsque les facteurs

(1) Les facteurs pris en compte ne représentent pas toutes les différences entre les groupes ethniques. Pour une, l'instruction ne représente pas à 100% les aptitudes intellectuelles d'un peuple. De plus, d'autres caractéristiques, comme la santé, ne sont représentées ni directement, ni indirectement dans notre modèle.

de production ne sont pas parfaitement substituables d'un groupe ethnique à un autre. Ceci se produit quand par exemple les employeurs donnent la préférence à des travailleurs de leur propre groupe ethnique dans l'embauche et les promotions. Il s'agit alors de discrimination ou de népotisme.

L'inclusion de la dimension des villes et de la région parmi les variables indépendantes demande quelques mots d'explication. Les villes existent parce que des économies externes aux entreprises favorisent leur développement, ce qui augmente la rentabilité des facteurs de production. Si cet accroissement de rentabilité est proportionnel à la dimension des villes, on devrait s'attendre à ce que le revenu moyen augmente avec la taille des villes. Cependant, il est possible qu'à partir d'un certain niveau les déséconomies causées par la congestion et par d'autres facteurs l'emportent sur les économies externes (1). Par ailleurs, on sait qu'il existe certaines villes spécialisées dont les fondements économiques ne sont pas tant les économies tirées de l'agglomération des facteurs et des services productifs, que la présence de certaines ressources locales. C'est pourquoi on peut difficilement déterminer a priori le sens de la relation entre la taille des villes et le niveau des revenus.

---

(1) Il existe aux Etats-Unis de nombreuses études sur l'économie des grandes villes. Une référence commode est: H.E. Brazer, City Expenditure in the United States, N.B.E.R., 1959. Voir également Edwin Mansfield, "City Size and Income Distribution" in Regional Income, N.B.E.R., Princeton University Press, 1957.

Quant à l'inclusion de la région comme facteur explicatif, elle se justifie du fait de l'influence de la localisation géographique sur la rentabilité des entreprises. Ainsi la proximité de grands marchés peut avantager les entreprises situées dans la région centrale du pays. Dans la présente régression, nous avons groupé un certain nombre de provinces afin de retenir quatre régions économiques: 1) les provinces atlantiques, 2) les provinces centrales, 3) les provinces des Prairies et 4) la Colombie Britannique. Les régions économiques que nous avons retenues ne correspondent pas aux divisions politiques par province. Nous avons procédé ainsi parce que 1) du point de vue économique, il n'existe pas de différence entre certaines provinces. C'est ainsi que du point de vue strictement de la localisation la somme des avantages et des désavantages peut fort bien être la même pour une entreprise située à Toronto que pour une entreprise située à Montréal; parce que 2) les frontières ethniques correspondant, en gros, à celles de certaines provinces, on risque, lorsqu'on établit une correspondance parfaite entre les provinces et les régions économiques, d'imputer au facteur régional un effet qui est attribuable à la présence d'un groupe ethnique particulier ou à l'inverse d'attribuer au facteur ethnique un effet de la région (1). Mais il nous semble en outre

---

(1) C'est une façon d'éviter les problèmes de collinéarité entre les variables.

que les régions que nous avons retenues ont une signification économique certaine (1).

---

(1) Nous n'avons pas inclus la structure industrielle dans l'analyse définitive, bien que nous l'ayons fait dans les calculs préliminaires. Nous ne l'avons pas retenue en fin de compte parce que le coefficient de corrélation partielle entre les revenus et l'industrie n'était, dans les analyses préliminaires, que de .028. Mais voici quand même quelques considérations théoriques sur ce facteur. Dans une économie de marché, la concurrence conduit au nivellement des salaires (pour les travailleurs possédant des qualifications semblables) entre les entreprises ou les industries. Cependant les conclusions de certaines études menées aux Etats-Unis, celles de Gabarino ("A Theory of Interindustry Wage Variations", The Quarterly Journal of Economics, mai 1950) et de Dunlop ("Productivity and the Wage Structure" in Income, Employment and Public Policy, 1948) sont à l'effet que les salaires ont augmenté plus rapidement dans les industries où la productivité est élevée que dans les autres. Mais les fondements théoriques de ces études ne sont pas toujours explicites. De plus, les années de référence influent sur les résultats de sorte qu'on rencontre des difficultés dans l'interprétation de leurs conclusions. (Pour une critique serrée de ces études, voir Melvin Reder, "Wage Differentials: Theory and Measurement", in Aspects of Labor Economics, Princeton University Press, 1962). De plus, certains auteurs sont parvenus à des conclusions beaucoup moins certaines que celles de Gabarino ou de Dunlop. Dans Basic Facts on Productivity Change, (p. 35), Salomon Fabricant cite une étude de John Kendrick du N.B.E.R. où on a trouvé que le coefficient de corrélation entre la croissance des salaires et la croissance de la productivité est seulement de .23. Fabricant lui-même (Employment in Manufacturing Industry, 1899-1939, cité par Richard Perlman, "Value Productivity and the Interindustry Wage Structure", Industrial and Labor Relations Review, oct. 1956) a calculé une corrélation de .87 entre le changement dans le coût du travail par unité de produit et le changement dans le nombre d'hommes-heures par unité de produit, dans trente-huit industries. Selon Richard Perlman, cette observation renforce l'hypothèse déjà suggérée par le bas coefficient de corrélation entre la productivité et les salaires trouvé par Kendrick.

En conclusion on peut dire que l'influence de la structure industrielle sur les salaires n'est pas aussi élevée qu'une observation rapide le laisse supposer. Néanmoins, on doit s'attendre à ce que les disparités inter-industrielles ne soient pas totalement absentes.

b) Représentation des variables

i) Pour représenter les variables, $X_{(1)}$, $X_{(2)}$, $X_{(3)}$ et $X_{(7)}$, nous avons construit un indice ayant la forme suivante:

$$F_t = \sum_{i=1}^{n} (M_i/M_o)\, f_i, \text{ où}$$

i = 1, 2, ..., n: les intervalles de classes de chaque variable.

t = 1, 2, ..., m, où m = 57 villes;

M_o : nombre total de salariés masculins dans chaque ville de 30,000 habitants et plus.

M_i : nombre de salariés masculins dans chacun des intervalles de classe de chaque variable. Les intervalles de classe diffèrent selon chaque variable: pour les occupations, $(X_{(1)})$, les intervalles de classes sont les classifications occupationnelles (neuf groupes); pour le degré d'emploi, $(X_{(2)})$, les intervalles de classe proprement dits (quatre classes); ainsi que pour l'âge, $(X_{(3)})$, (sept classes) et pour le niveau de scolarité $(X_{(7)})$, (six classes).

f_i : valeur caractéristique de chaque intervalle de classe de chaque variable: occupation: coefficient de hiérarchisation des catégories occupationnelles fondé sur le salaire moyen pondéré pour les 57 villes dans chaque occupation; degré d'emploi: borne supérieure de chaque intervalle de classe indiquant le nombre de semaines de travail dans l'année (du recensement de 1961); âge: point milieu de chaque intervalle de classe d'âge; niveau de scolarité: une valeur estimée en années d'école de chaque intervalle de classe.

L'indice de scolarité a été calculé dans le cadre d'une hypothèse faible qui respecte une convention du recensement selon laquelle la définition des niveaux d'étude est différente pour la

province de Québec (1) et d'une hypothèse forte qui, d'une part, ne tient pas compte de ces différences et, de l'autre, donne une importance plus grande aux études supérieures.

1) Hypothèse forte :

	Valeur caractéristique en années
Elémentaire moins de cinq années	2.5
Elémentaire plus de cinq années	6.5
Secondaire 1-3	10.0
Secondaire 4-5	12.5
Université	14.5
Diplôme universitaire	17.0

2) Hypothèse faible :

Provinces	Elém. moins de cinq années	Elém. cinq années et plus	Second. 1-3	Second. 4-5	Univ.	Diplôme univ.
Québec	2.5	6.0	9.0	11.5	14.0	16.5
Autres Provinces	2.5	6.5	10.0	12.5	14.0	16.5

(1) Sans qu'aucune publication des résultats du recensement de 1961 ne l'indique, on n'a pas classé par niveaux d'études, les répondants du Québec comme ceux des autres Provinces. Le niveau élémentaire comprend les années 1 à 7 au Québec, mais les années 1 à 8 ailleurs; le secondaire 1 à 3 désigne, par la suite, les années 8-9 et 10 au Québec et les années 9, 10 et 11 dans les autres Provinces; le secondaire 4 et 5 comprend les années 11 et 12 au Québec, les années 12 et 13 dans les autres provinces. Cette convention est extraordinaire à nos yeux, car elle fausse toutes les comparaisons inter-provinciales, de même que les moyennes nationales. Les particularités institutionnelles des provinces ne justifient pas la convention non plus, car le régime scolaire dans certaines autres provinces ne correspond pas davantage au régime "statistique" retenu. Pour que les comparaisons inter-provinciales soient valables d'ailleurs, il faut éviter de se conformer à la réalité des niveaux.

ii) Les indices des variables $X_{(5)}$ et $X_{(6)}$ sont des rapports simples du nombre de salariés appartenant à un groupe ethnique par rapport au nombre total de salariés.

iii) La variable régionale est la moyenne pondérée du revenu des salariés des provinces qui constituent la région économique.

iv) La variable $X_{(8)}$ est établie en prenant directement la population de chaque ville.

Les variables apparaissent au tableau 8.1.

Para. 2. : Analyse des résultats: hypothèse forte de scolarité

L'hypothèse faible de scolarité qui corrige les données du recensement pour fin d'uniformisation doit a priori donner une meilleure estimation de la scolarité moyenne que l'hypothèse forte qui est fondée somme toute sur des données hétérogènes (1). Cependant le fait de différencier Québec et les autres provinces introduit une

---

(1) La pondération en années d'école que nous avons choisie pour les divers niveaux d'enseignement est arbitraire dans une certaine mesure, quelle que soit l'hypothèse retenue, et cet arbitraire augmente avec les niveaux. A cause de cette incertitude croissante, nous avons décidé de ne pas différencier Québec des autres provinces à partir du niveau universitaire. Notons à cet égard que les B.A. des collèges classiques sont classés parmi les diplômés d'université dans le recensement.

	Occupation	Degré d'emploi	Age	Région	Nombre relatif de Brit.	Nombre relatif de Franç.	Instruction		Dimension des villes	Y
	Indice	Semaines de travail par année	Années	Niveau de revenu	Pourc.	Pourc.	hyp. forte années de scolarité	hyp. faible années de scolarité	Population	Revenus
Belleville	3.87847	48.99	38.17	3764.	76.05	5.75	9.94975	9.90224	30655.	4068.
Brantford	3.82871	47.58	39.58	3764.	67.83	3.46	9.20607	9.17576	55201.	3667.
Burlington	4.24824	49.51	38.20	3764.	69.36	2.86	10.79779	10.71218	47008.	5362.
Calgary	4.01038	48.17	36.87	3578.	56.64	3.76	10.54463	10.47159	249641.	4334.
Chicoutimi	3.77233	45.79	36.04	3764.	2.09	96.30	8.95863	8.41831	31657.	3477.
Chomedey	3.99974	49.62	35.94	3764.	14.57	62.51	9.41828	8.68570	30445.	4384.
Cornwall	3.78270	46.38	38.27	3764.	38.20	50.66	9.06299	9.02641	43689.	3646.
Dartmouth	3.69984	50.04	35.73	2882.	74.07	9.18	10.21131	10.15195	46966.	4193.
Edmonton	3.94778	47.54	37.04	3578.	44.81	5.57	10.17349	10.10604	281027.	4062.
Fort-William	3.74780	47.63	39.50	3764.	43.16	4.87	9.01032	8.98063	45214.	3922.
Granby	3.80383	48.12	36.11	3764.	6.70	90.31	8.57451	7.90726	31463.	3157.
Guelph	3.84979	48.40	38.61	3764.	65.55	2.23	9.41953	9.37246	39838.	3737.
Halifax	3.73605	49.01	35.99	2882.	70.78	11.36	9.82020	9.76047	92511.	3446.
Hamilton	3.73986	47.86	39.09	3764.	56.31	3.87	9.07771	9.04615	273991.	3999.
Hull	3.72479	48.02	36.33	3764.	8.23	88.18	8.83714	8.16034	56929.	3530.
Jacques-Cartier	3.61334	46.80	35.74	3764.	6.17	87.42	7.70985	7.10084	40807.	3154.
Jasper Place	3.93657	48.30	35.34	3578.	44.32	7.68	9.96582	9.91219	30530.	4204.
Kingston	3.86010	48.55	38.26	3764.	72.82	6.72	10.12132	10.04826	53526.	3938.
Kitchener	3.86804	49.05	38.22	3764.	31.15	3.56	9.21393	9.17659	74485.	3936.
Lachine	4.01077	49.46	38.53	3764.	34.51	51.63	9.85018	9.11425	38630.	4358.
Lasalle	3.93331	50.02	36.73	3764.	32.55	52.27	9.60986	8.85697	30904.	4189.
Lethbridge	3.91697	47.68	37.90	3578.	46.85	2.11	9.99325	9.94154	35454.	3666.
London	3.90185	48.56	38.18	3764.	71.36	3.27	10.07554	10.02038	169569.	4011.
Moncton	3.90145	48.37	38.17	2882.	59.19	32.86	9.28868	9.23705	43840.	3678.
Montréal	3.80853	48.17	37.98	3764.	12.56	63.16	9.04808	8.36445	191062.	3599.
Montréal-Nord	3.81577	48.72	35.71	3764.	10.28	78.49	8.98757	8.25523	48433.	3815.
Moose Jaw	3.79489	47.92	38.14	3578.	59.20	4.34	9.57087	9.53461	33206.	3688.
New-Westminster	3.79121	47.57	39.96	4005.	59.85	4.67	9.90637	9.85631	33654.	4041.

Villes	Occupation	Degré d'emploi	Age	Région	Nombre relatif de Brit.	Nombre relatif de Franç.	Instruction		Grandeur des villes	
	Indice	Semaines de travail par année	Années	Niveau de revenu	Pourc.	Pourc.	hyp. forte années de scolarité	hyp. faible années de scolarité	Population	Revenus
Oshawa	3.78852	48.97	38.60	3764.	63.96	4.62	9.05428	9.02861	62415.	4248.
Ottawa	4.08747	49.02	38.65	3764.	54.51	23.68	10.88473	10.77979	268206.	4651.
Outremont	4.22525	47.32	40.51	3764.	10.53	42.15	10.89249	10.18666	30753.	4073.
Peterborough	3.96840	48.03	39.11	3764.	83.50	4.21	9.78846	9.74520	47185.	4099.
Port-Arthur	3.66644	45.79	39.85	3764.	38.61	6.65	8.82331	8.78619	45276.	3853.
Québec	3.81552	48.11	38.30	3764.	4.36	93.30	9.27591	8.57556	171979.	3320.
Regina	3.99129	48.25	36.87	3578.	45.93	3.68	10.11655	10.05055	112141.	4012.
St-Boniface	3.94512	48.76	37.85	3578.	35.94	35.20	10.05644	9.99273	37600.	4020.
St-Catharines	3.86767	48.31	39.55	3764.	57.11	5.32	9.36001	9.32244	84472.	4130.
St-James	4.04423	49.82	38.53	3578.	71.55	4.53	10.64343	10.57283	33977.	4683.
St-John's (T.N.)	3.95530	48.00	37.56	2882.	94.07	1.52	9.54411	9.49243	63633.	3515.
St-Laurent	4.26060	49.71	38.18	3764.	31.05	39.29	10.84847	10.07060	49805.	4891.
St-Michel	3.68470	48.29	34.79	3764.	7.41	65.42	8.22004	7.54995	55978.	3508.
St-John	3.76410	46.99	38.43	2882.	77.07	13.67	8.88829	8.85614	55153.	3110.
Sarnia	3.96962	47.79	38.07	3764.	67.71	8.20	10.21070	10.14483	50976.	4662.
Saskatoon	3.96582	47.80	37.31	3578.	48.12	3.77	10.13123	10.05380	95526.	3896.
Sault Ste-Marie	3.71808	47.74	38.28	3764.	46.14	11.00	9.08667	9.04952	43088.	4504.
Shawinigan	3.75917	46.38	37.68	3764.	4.48	94.17	8.97610	8.27891	32169.	3687.
Sherbrooke	3.81166	47.14	37.10	3764.	10.95	85.70	8.70373	8.05362	66554.	3176.
Sudbury	3.41212	49.18	37.08	3764.	33.50	30.05	8.73776	8.05824	80120.	4330.
Sydney	3.69757	47.61	39.80	2882.	75.40	8.37	9.27026	9.22777	33617.	3790.
Toronto	3.76170	47.25	39.15	3764.	47.78	3.92	9.06672	9.01630	672407.	3583.
Trois-Rivières	3.82869	47.44	37.63	3764.	4.70	93.39	9.18446	8.47083	53477.	3454.
Vancouver	3.85102	46.52	40.06	4005.	57.41	2.99	10.27585	10.20633	384522.	3979.
Verdun	3.80373	49.57	38.96	3764.	35.95	57.06	9.26474	8.49931	78317.	3813.
Victoria	3.66474	47.51	39.75	4005.	68.88	3.35	10.08187	10.02814	54941.	3698.
Welland	3.71736	47.33	39.50	3764.	35.27	17.77	8.47103	8.44188	36079.	3925.
Windsor	3.78627	46.91	41.17	3764.	22.69	16.17	9.25294	9.21157	114367.	3703.
Winnipeg	3.78868	47.94	38.92	3578.	40.68	4.58	9.79505	9.73266	265429.	3670.

forte collinéarité entre la scolarité et les variables ethniques, rendant ainsi très incertaines non seulement l'estimation des coefficients de ces variables, mais la valeur des régressions elles-mêmes.

L'hypothèse forte de scolarité donne un meilleur ajustement que l'hypothèse faible, en ce sens que le coefficient de corrélation simple entre Y et $X_{(7)}$ est de .651 dans la première hypothèse alors qu'il est de .601 dans la seconde. La corrélation partielle va également dans le même sens (il s'agit de la régression où nous avons retenu toutes les variables envisagées). L'effet de l'éducation est d'une façon générale plus élevé dans l'hypothèse forte que dans l'autre. Mais le grand avantage de l'hypothèse forte vient de ce qu'elle permet de contourner les difficultés soulevées par la présence de la collinéarité entre la scolarité et les variables ethniques, tout en fournissant encore une estimation raisonnable de la scolarité moyenne.

a) Vue d'ensemble

Le coefficient de détermination totale de la régression est de .6529. Les variables retenues expliquent donc 65.29% des variations de revenus (1).

---

(1) Sous réserve de l'interprétation probabiliste, voir plus bas.

Au tableau 8-2, nous donnons les résultats d'ensemble (1).

Tableau 8-2*

Résultats généraux de la régression (hypothèse forte)

Variable (1)	Coef. de régression (2)	Ecarts-type (3)	Rapports t de Student** (4)	Coef. de corrélation partielle (5)	Coef. de déterm. partielle (6)
$X_{(1)}$	530.727	407.917	1.301	0.186	0.035
$X_{(2)}$	164.826	44.465	3.707	0.476	0.226
$X_{(3)}$	- 4.342	34.370	-0.126	- .018	0.000
$X_{(4)}$	0.470	0.162	2.901	0.390	0.151
$X_{(5)}$	- 1.479	3.285	-0.450	-0.066	-0.004
$X_{(6)}$	- 4.813	2.389	-2.015	-0.282	-0.079
$X_{(7)}$	162.978	101.325	1.608	.228	-0.052
$X_{(8)}$	- 0.00025	0.00021	-1.172	-0.169	-0.028

* Les chiffres de ce tableau ont été arrondis à la 3ième décimale; les calculs rapport t et coefficient de détermination partielle ont été faits à partir des chiffres contenant cinq décimales.

** Nous avons 48 degrés de liberté. D'après les tables de probabilité, les β de la colonne 2 sont différents de zéro, au seuil de 5% et donc significatifs lorsque, avec 50 degrés de liberté, le rapport t de Student est au moins égal à 2.009.

(1) Dans des calculs préliminaires, nous avons pris le logarithme de toutes les variables, puis le logarithme de la variable dépendante et les variables indépendantes en chiffres naturels. Les résultats étaient si peu différents (quant au coefficient de détermination) que, en fin de compte, nous nous en sommes tenus à une régression où on représente toutes les variables en chiffres naturels.

Pour avoir une vue générale des résultats, lisons la première colonne du tableau 8-2 où nous avons consigné les coefficients de régression des variables indépendantes; ces coefficients reflètent l'effet des variables indépendantes X_i. Etant donné les méthodes que nous avons utilisées pour les représenter, certains de ces coefficients sont parfois difficiles à interpréter en ce qui a trait à la nature des effets qu'ils reflètent. Mais pour d'autres l'interprétation est immédiate. D'abord rappelons qu'en analyse de régression, le coefficient d'une variable indépendante X_i indique la variation de la variable dépendante Y_t pour une variation d'une unité de cette variable indépendante X_i, les autres variables indépendantes étant supposées fixes. Ceci étant, envisageons le cas de l'éducation et cherchons la signification de son coefficient. La variable dépendante (le revenu) est mesurée en dollars par année, et la variable indépendante (l'éducation), en années d'école. D'après les résultats du tableau 8-2, le coefficient de la variable "éducation" est 162.97. L'interprétation à donner est qu'en moyenne une année d'école de plus ajoute $162.97 au revenu, tout étant constant par ailleurs.

L'effet attribuable à l'emploi peut être tiré de la même façon. Le coefficient de la variable "degré d'emploi" étant de 164.82 et d'autre part, cette variable ayant été mesurée en semaines de travail, on peut dire qu'une différence d'une semaine dans l'emploi entre deux villes se traduit par un écart de $164.82 dans

le revenu annuel per capita (1).

Enfin signalons que le coefficient de la variable "ethnique" $X_{(6)}$: nombre de salariés canadiens-français sur le nombre total de salariés, s'élève à -4.81. Ce coefficient signifie qu'en moyenne le revenu d'une ville diminue de $4.81 par point de pourcentage de salariés français. On revient sur ce point plus bas.

---

(1) Ce résultat surprend à première vue. On serait plus à l'aise s'il était égal à la moitié de ce montant. Néanmoins, il s'explique tel quel, car l'observation des phénomènes sociaux nous permet de formuler l'hypothèse qu'une variation de l'emploi se traduit par une variation plus que proportionnelle de l'activité économique et donc des revenus. D'abord, le coefficient de régression traduit l'influence d'une variation à la marge. Supposons, pour prendre un cas extrême, qu'une augmentation de l'emploi moyen d'une semaine de travail conduise à une situation de plein emploi. Dans ce cas, non seulement plus de travailleurs seront embauchés, mais la rareté de la main-d'oeuvre se traduira par des rentes, par des promotions accélérées etc. Il est possible par exemple que, pour des raisons de rareté, on doive embaucher un travailleur professionnel à un taux de $2,000. plus élevé que le taux courant. Si l'entreprise ne fait pas de discrimination, elle devra majorer la rémunération de tous ceux qui sont dans la même catégorie. S'il y a déjà dix travailleurs dans cette catégorie, l'embauchage du travailleur additionnel coûtera $20,000. en redressement de salaire seulement. Comme quoi on doit non seulement rémunérer l'employé additionnel, mais verser une somme importante en redressements salariaux. De plus, on doit noter que nous n'avons pas tenu compte des heures de travail. Or, plus on se rapproche du plein emploi, plus la durée de la semaine de travail augmente, ce qui a pour effet d'augmenter la rémunération annuelle. Enfin, notons que le degré d'emploi est une variable qui, bien que représentant un phénomène bien précis, recouvre également d'autres phénomènes. On sait par exemple que la productivité augmente en plein emploi et qu'elle baisse en sous-emploi à cause principalement des coefficients d'utilisation des capacités de production. Pour toutes ces raisons, le rendement d'une semaine additionnelle de travail (près du plein emploi) peut raisonnablement excéder le salaire moyen.

Il est parfois plus commode de lire l'influence de chaque variable à l'aide de son coefficient de détermination partielle. Ce coefficient qui est le carré du coefficient de corrélation partielle (col. 5) donne le pourcentage de la variance qui est expliquée par la variable envisagée, après que toutes les autres variables ont été prises en compte. Ainsi, le coefficient de détermination de l'éducation est égal à $(.228)^2$, soit .052. L'éducation explique donc 5% de la variation des revenus entre les villes. Parmi les autres variables, on remarque que le degré d'emploi explique 22.6% de la variation de revenus, alors que la région économique explique 15.1% de cette variation; et ainsi de suite pour les autres variables (col. 6, tableau 8-2).

Parmi les coefficients de la colonne (2), certains sont significatifs, d'autres ne le sont pas, quelle que soit leur vraisemblance. Ainsi, le coefficient de $X_{(6)}$, nombre relatif de salariés français, est significatif à 5%, tandis que celui de $X_{(6)}$, nombre relatif de salariés britanniques ne l'est pas. Le "t" de Student que nous utilisons ici pour éprouver la signification statistique des coefficients est reproduit à la colonne 4. Disons pour résumer que l'épreuve de student montre que seuls les coefficients de $X_{(2)}$, $X_{(4)}$ et $X_{(6)}$ sont significatifs au seuil de 5%; il n'y a donc pas plus de cinq chances sur cent que les effets attribuables au degré d'emploi, à la région économique et à l'appartenance au groupe ethnique français soient dûs au hasard.

Certaines variables que nous avons retenues dans l'analyse de régression ne sont donc pas significatives. Cela est dû sans doute au fait que des facteurs inclus dans la présente régression n'ont pas de valeur explicative appréciable en soi; pour d'autres, ce manque de signification résulte de l'indétermination provenant de collinéarités accusées entre certaines variables indépendantes: on sait qu'il existe de l'intercorrélation entre les deux variables ethniques. Mais il en existe d'autres. En particulier, le coefficient de corrélation simple entre le niveau de scolarité et la structure occupationnelle est de .75.

Enfin mentionnons que la régression dans son ensemble n'est pas significative (1).

Compte tenu de ces résultats, nous avons fait reprendre les calculs

1) en enlevant les variables dont le coefficient de régression est très incertain;
2) en faisant deux régressions dont l'une contient parmi les facteurs explicatifs le nombre relatif de Français et l'autre le nombre

---

(1) $F_{8,48} = .0163$, ce qui est manifestement non significatif. Le programme que nous avons utilisé pour résoudre les équations normales fait entrer les variables par ordre d'importance décroissante. On peut ainsi suivre la valeur de F qui baisse au fur et à mesure que des variables insignifiantes entrent.

relatif de Britanniques. Ceci permet de contourner la difficulté soulevée par la colinéarité entre ces deux dernières variables tout en évitant d'en sacrifier une des deux (1).

b) Effet attribuable à l'appartenance ethnique française

Nous avons donc mené une régression où on ne retient que les variables:

Y : revenu moyen des salariés des villes;

$X_{(1)}$: degré d'emploi;

$X_{(2)}$: régions économiques;

$X_{(3)}$: salariés français/salariés totaux;

$X_{(4)}$: niveau de scolarité.

Tableau 8-3

Effet de l'appartenance ethnique française (hypothèse forte)

Variables	Coef. de régression	Ecarts-type	Rapports t de Student	Coef. de corrélation partielle	Coef. de déterm. partielle
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$X_{(1)}$	172.470	40.380	4.271	0.513	0.263
$X_{(2)}$	0.489	0.136	3.599	0.450	0.202
$X_{(3)}$	- 3.154	1.337	-2.360	-0.314	0.098
$X_{(4)}$	256.998	65.670	3.913	0.481	0.230

(1) On sait que certains auteurs recommandent, pour contourner la difficulté soulevée par la présence de la colinéarité, d'enlever une variable dans chaque paire de variables correliées. C'est ce que nous faisons.

Le coefficient de détermination totale de cette régression est de .6281. 62.81% de la variation des revenus entre les villes est donc expliquée par les quatre facteurs que nous avons retenus. Le coefficient de détermination totale est hautement significatif (1).

Les résultats de cette régression apparaissent au tableau 8-3 ci-dessus. On constate que les coefficients des variables sont plus élevés que dans la régression précédente, sauf celui de la variable ethnique. Par exemple, le fait que nous n'avons pas inclus la structure occupationnelle parmi les variables indépendantes relève l'importance de l'éducation comme facteur explicatif des variations de revenus entre les villes. Ce coefficient étant maintenant de 256.99 (2), alors qu'il était de 162.97 dans la première régression. Cependant le coefficient de la variable ethnique diminue légèrement.

---

(1) $F_{4,52} = 5.67$, le coefficient de détermination totale est donc significatif à .005.

(2) Il se peut que la suppression des occupations comme facteur explicatif des variations de revenus se traduise par une estimation par excès de l'influence de l'éducation. Mais en autant que l'éducation est un prérequis à l'exercice de certaines fonctions et que les occupations ne font que refléter la forme que prend l'éducation pour se traduire en valeur économique, l'inclusion des occupations dans le modèle se traduirait par une estimation par défaut de l'influence de l'éducation. Cf. James Morgan et Martin David, "Education and Income", The Quaterly Journal of Economics, août 1963.

Les coefficients des variables entrant dans cette deuxième régression sont tous hautement significatifs. La possibilité qu'ils soient dûs au hasard est dans tous les cas inférieure à 2½ chances sur cent. L'importance relative de chaque variable nous est toujours donnée par son coefficient de détermination partielle. Le degré d'emploi explique 26.3% de la variation des revenus entre les villes; viennent ensuite le niveau de scolarité et la région économique qui expliquent respectivement 23% et 20.2% de cette même variation. En fin de liste, on trouve le nombre relatif de salariés français qui explique 9.8% des écarts de revenus entre les villes.

Rappelons que le signe du coefficient de la variable ethnique française est négatif, ce qui signifie que plus le nombre de canadiens-français est élevé, plus le revenu moyen est bas.

Cette relation peut être due, comme nous l'avons noté précédemment, soit à certains attributs socio-économiques dont les effets ne sont pas mesurés dans ces régressions et qui affectent la productivité ou diminuent les ouvertures d'emploi des Canadiens-français, soit à l'existence de préjugés ethniques qui se traduisent par de la discrimination envers eux. Nous ne croyons pas pouvoir trancher cette question: il nous est impossible, avec les informations que nous avons, de faire un choix définitif entre ces possibilités (1).

---

(1) Le chapitre IX suggère une interprétation de ces observations.

c) Effet attribuable à l'appartenance ethnique britannique

Etant donné la colinéarité qui existe entre le nombre relatif de salariés français et celui de salariés britanniques, nous n'avons pas inclus, parmi les variables indépendantes de la régression précédente, le nombre relatif de salariés britanniques. Afin de mesurer l'effet attribuable à ce facteur, nous l'incluons dans la présente régression, mais, en revanche, nous excluons le nombre relatif de salariés français. Les variables que l'on retient dans cette dernière régression sont donc:

Y : revenu moyen des salariés des villes;

$X_{(1)}$: degré d'emploi;

$X_{(2)}$: régions économiques;

$X_{(3)}$: salariés britanniques/salariés totaux;

$X_{(4)}$: niveau de scolarité.

Tableau 8-4

Effet de l'appartenance ethnique britannique (hypothèse forte)

Variables	Coef. de régression	Ecarts-type	Rapports t de Student	Coef. de corrélation partielle	Coef. de déterm. partielle
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$X_{(1)}$	162.942	41.224	3.953	0.484	0.235
$X_{(2)}$	0.526	0.151	3.477	0.438	0.192
$X_{(3)}$	3.102	1.919	1.616	0.221	0.059
$X_{(4)}$	282.377	66.387	4.254	0.512	0.262

Les résultats détaillés de cette régression apparaissent au tableau 8-4 ci-dessus.

Ces résultats sont semblables à ceux que nous obtenons dans l'équation précédente, sauf bien entendu pour $X_{(3)}$. Aussi allons-nous nous limiter, dans l'analyse de la présente régression, à dire quelques mots sur cette dernière variable (1). Son coefficient est positif, ce qui signifie, ceteris paribus, que plus le nombre de britanniques est élevé, plus le revenu moyen est élevé. La qualité de Britannique, avec ce que cet attribut signifie au point de vue de l'intégration à la vie économique, serait donc un avantage, puisque chaque fois que le nombre relatif de salariés britanniques augmente de 1 point en pourcentage, le revenu moyen annuel des salariés augmente de $3.10. Mais ces résultats doivent être interprétés avec réserve; car leur certitude est relative. En effet, la relation entre le revenu et le nombre relatif de salariés britanniques n'est pas très rigoureuse, car le rapport t de Student est égal 1.616. Avec 52 degrés de liberté, le coefficient est significatif que si on prend 15% comme seuil de signification. Il y a donc 85% de chances que le coefficient soit différent de zéro, et 15% de chances qu'il soit dû à de simples perturbations aléatoires (2). Nous

---

(1) Le coefficient de détermination totale est de .6083; $F_{4,52} = 2.90$, il est donc significatif au seuil de 5 pour cent.

(2) Le seuil de 10% demande un rapport "t" de 1.68. Un rapport "t" de 1.61 est significatif entre 12 et 15%.

concluons que ce coefficient suggère seulement l'existence d'une tendance. Dès lors, on formule deux hypothèses: ou que la qualité de Britannique est suffisante pour commander d'elle-même un écart positif de salaire; ou bien que les Britanniques ont des traits qui leur permettent de mieux s'intégrer dans la vie économique et en tirer des avantages pécuniaires.

Para. 3. : Analyse des résultats: hypothèse faible de scolarité

Nous avons déjà indiqué que la scolarité a été évaluée sous deux hypothèses. Ayant consigné au paragraphe précédent les résultats obtenus dans le cadre de l'hypothèse forte, nous rapportons maintenant ceux de l'hypothèse faible.

a) Vue d'ensemble

Les résultats de l'hypothèse faible[1] sont donnés au tableau 8-5.

---

(1) La signification des variables $X_{(1)}$, $X_{(2)}$ ... $X_{(8)}$ apparaît à la p. . Notons que dans ce dernier système le degré d'emploi a été évalué en prenant le point milieu au lieu de la borne supérieure de chaque intervalle de classe. Ceci n'affecte pas le coefficient de régression de cette variable.

Tableau 8-5

Résultats généraux (hypothèse faible)

Variables (1)	Coef. de régression (2)	Ecart-type (3)	Rapport t de Student (4)	Coef. de corrélation partielle (5)	Coef. de déterm. partielle (6)
$X_{(1)}$	600.410	401.688	1.495	0.213	.045
$X_{(2)}$	179.612	44.274	4.057	0.509	0.259
$X_{(3)}$	- 1.890	34.613	-0.055	-0.008	0.00006
$X_{(4)}$	0.481	0.163	2.955	0.396	0.157
$X_{(5)}$	- 1.766	3.352	-0.527	-0.077	0.006
$X_{(6)}$	- 3.919	2.634	-1.488	-0.212	0.045
$X_{(7)}$	142.275	99.663	1.428	0.204	0.042
$X_{(8)}$	- 0.00023	0.00021	-1.111	-0.160	0.026

Les variables de cette régression sont les mêmes et sont présentées dans le même ordre que celles de son homologue du paragraphe précédent (tableau 8-5). Deux caractéristiques se manifestent d'abord: une augmentation du coefficient de la variable degré d'emploi et une baisse de celui de l'éducation qui passe de 162. à 142. La valeur explicative du "degré d'emploi" demeure considérable avec un coefficient de corrélation partielle de .509.

Quant aux variables ethniques, elles donnent des résultats qui vont dans le même sens que précédemment mais avec toutefois des

changements quantitatifs. La variable ethnique française obtient un coefficient plus bas: il passe de-4.81 à -3.91 alors que l'écart-type augmente pour donner un rapport "t" de 1.48, ce qui est assez incertain.

Le coefficient de la variable ethnique britannique varie légèrement, mais perd toute signification.

La corrélation simple entre le nombre relatif de Canadiens-français et la scolarité est maintenant de -.709: plus la proportion de Canadiens-français dans une ville est élevée, plus le niveau de scolarité est bas. Du point de vue technique, l'existence de cette forte collinéarité se traduit par une grande incertitude dans les estimations de la régression.

Enfin, notons que le coefficient de détermination totale de cette régression est de .6491, mais qu'il n'est pas significatif au seuil de 5% (1).

b) Effet de l'appartenance ethnique française

Comme dans le cas de l'hypothèse forte, nous avons mené une régression où on ne retient que quatre variables, soit le degré d'emploi $X_{(1)}$, la région économique $X_{(2)}$, le nombre relatif de salariés

---

(1) $F_{8,48} = .03$,

Tableau 8-6

Effet de l'appartenance ethnique française (hypothèse faible)

Variables (1)	Coef. de régression (2)	Ecart-type (3)	Rapport t de Student (4)	Coef. de corrélation partielle (5)	Coef. de déterm. partielle (6)
$X_{(1)}$	195.422	38.997	5.011	0.574	0.330
$X_{(2)}$	0.527	0.137	3.853	0.475	0.225
$X_{(3)}$	- 1.244	1.673	-0.744	-0.104	0.011
$X_{(4)}$	246.361	66.036	3.731	0.463	0.214

français $X_{(3)}$ et la scolarité $X_{(4)}$. On constate à la lecture du tableau 8-6 que tous les coefficients des variables, sauf celui de $X_{(3)}$ sont hautement significatifs. Le coefficient de la variable ethnique française avec un rapport t de .74 est trop incertain pour qu'on lui attribue quelque signification. Comme on le sait, cette dernière est fortement corrélée avec le niveau de scolarité. On voit de plus que les variables qui contribuent le plus à l'explication de la variation des revenus entre les villes sont le degré d'emploi, 33%, la région économique 22.5%, le niveau d'éducation 21.4% et enfin la proportion de Canadiens-français, 1%.

Signalons que la présence de $X_{(3)}$ rend la régression, elle-même, non significative (1).

(1) Avant l'entrée de $X_{(3)}$, le coefficient de détermination totale est significatif, mais il ne l'est plus après; $F_{4,52} = .56$.

c) Appartenance ethnique britannique

Tableau 8-7

Effet de l'appartenance ethnique britannique (hypothèse faible)

Variables	Coef. de régression	Ecart-type	Rapport t de Student	Coef. de corrélation partielle	Coef. de déterm. partielle
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$X_{(1)}$	192.036	38.944	4.931	0.568	0.323
$X_{(2)}$	0.517	0.150	3.448	0.435	0.189
$X_{(3)}$	0.252	2.247	0.112	0.016	0.0003
$X_{(4)}$	276.335	62.423	4.427	0.527	0.278

Le tableau 8-7 n'apporte rien de spécial, sinon que la variable ethnique $X_{(3)}$, nombre relatif de Britanniques, n'est pas significative; le coefficient, aussi bien que le coefficient de corrélation partielle sont insignifiants. Le rapport t lui-même dénote une grande incertitude. Si on s'en tient à ces derniers résultats, il faut conclure que l'éducation, le degré d'emploi et la région économique sont des facteurs importants dans l'explication des variations de revenus, alors que l'ethnicité n'y joue aucun rôle. Mais, en réalité, l'incertitude qui affecte les coefficients des variables ethniques tient à leur intercorrélation avec d'autres variables du modèle, de sorte que sur la base de ces résultats on ne peut tirer aucune conclusion valable quant aux effets de l'appartenance ethnique.

Nous sommes portés à nous en tenir aux résultats du paragraphe précédent où il nous fut possible de contourner les difficultés soulevées par la présence de collinéarité entre les facteurs explicatifs.

En conclusion à cette première section, nous retenons la régression du tableau 8-3 qui donne nettement les meilleurs résultats. Cette régression rend compte de 62.81% des variations de revenu entre les villes et le pourcentage est hautement significatif. L'emploi, la scolarité et la région sont les trois facteurs les plus importants des variations de revenu, mais l'appartenance ethnique française qui explique environ 10% des variations de revenu (suivant le bon signe!) est aussi significative.

Les trois premières variables qui se sont finalement révélées soulèvent un intérêt professionnel considérable pour un économiste. Le degré d'emploi, par exemple, qu'on laisse le plus souvent de côté dans ce genre d'études est sorti bon premier parmi les facteurs à retenir. Un tel résultat est très encourageant du point de vue de la nature des politiques à mettre en oeuvre pour corriger les disparités de revenu. De même en est-il de l'instruction, quoiqu'à cet égard on était à peu près certain d'avance du résultat. Quant à la variable régionale, c'est celle qui renferme tout le mystérieux

de l'analyse économique. L'importance du facteur indique bien que ce n'est pas cette fois encore que toute la lumière sera faite sur les disparités de revenu.

Section 2 : Etude de l'influence de certains facteurs sur les disparités de revenus entre divers groupes ethniques

Dans cette section nous étudions l'influence des facteurs suivants sur les écarts de revenus entre les groupes ethniques: niveau d'éducation, structure industrielle, structure occupationnelle et âge. La section se divise en trois paragraphes:

- Considérations méthodologiques;
- Standardisation par facteur;
- Itération par ajustements successifs des effets des facteurs; calcul de l'interaction.

Para. 1. : Considérations méthodologiques

a) Position du problème

Pour mesurer l'influence de différents facteurs sur les écarts de revenus entre les groupes ethniques, nous utilisons une méthode d'analyse itérative. La façon la plus simple de procéder consiste à standardiser les facteurs qui sont à l'origine des disparités inter-ethniques. C'est ce que nous avons fait à maintes reprises dans les chapitres précédents.

Ainsi, formulons l'hypothèse que la différence de revenu entre Français et Britanniques à Montréal dépend de la concentration des Britanniques dans les occupations les plus rémunératrices. On

peut vérifier le réalisme de cette hypothèse en standardisant la structure occupationnelle de ces deux groupes ethniques, c'est-à-dire en pondérant le revenu de chaque occupation d'un des deux groupes ethniques par la structure occupationnelle de l'autre groupe (1).

Soit $$Y^F = \sum_{i=1}^{n} Y_i^F N_i^F$$

de même $$Y^B = \sum_{i=1}^{n} Y_i^B N_i^B$$

Y^F est le revenu moyen du groupe français qui est défini comme étant égal au revenu de chaque occupation i (i = 1, 2, ... n) pondéré par le nombre de titulaires N_i exprimé en % du nombre total des N. Le revenu du groupe britannique est défini de la même façon.

Nous pouvons calculer un revenu théorique ou standardisé du groupe français,

$$\overline{Y}^F = \sum_{i}^{n} Y_i^F N_i^B$$

qui serait celui que les Français gagneraient s'ils avaient la même

---

(1) On sait que cette technique est analogue aux formules de Paashe et de Laspeyres dans le calcul des indices de prix. Elle soulève à peu près les mêmes problèmes: doit-on analyser les revenus d'un premier groupe par rapport aux prix ou aux quantités d'un deuxième groupe ou faire l'opération inverse? On aborde cette question plus bas.

structure occupationnelle que les Britanniques.

La différence entre le revenu standardisé et le revenu réel qu'on peut rapporter à la disparité totale de revenu:

$$\frac{\overline{Y}^F - Y^F}{Y^B - Y^F}$$

mesure l'influence de la structure occupationnelle sur la différence totale de revenu entre les deux groupes.

Quant aux écarts qui demeurent après la standardisation, ils sont attribuables à un certain nombre d'autres facteurs comme l'éducation, l'âge et la structure industrielle. L'itération permet d'évaluer, à des stades ultérieurs, l'influence de ces autres facteurs.

Cette méthode donne en première approximation des résultats précis; elle est néanmoins incomplète. Car nous n'avons pas tenu compte de deux phénomènes importants que l'on rencontre dans l'analyse des écarts de revenus, l'un relié à l'orthogonalité des facteurs, l'autre à leur interaction. En effet, pour que l'on puisse mesurer exactement l'influence d'un facteur, on doit pouvoir faire varier le niveau de ce facteur sans que les autres varient concurremment. Cette condition, souvent présente dans les expériences contrôlées, est plus rare dans l'analyse économique où nombre de variables présentent des colinéarités accusées (1). Dès lors, si à

(1) Edmond Malinvaud, Méthodes Statistiques de l'Econométrie, Dunod (1964), p. 235 et suivantes. Nous avons à quelques reprises fait référence à M. Malinvaud, mais l'influence de cet auteur sur le présent exposé dépasse ces quelques renvois.

partir de revenus classés en fonction de plusieurs facteurs, on tente de mesurer l'influence de chaque facteur explicatif, les estimateurs que nous obtenons sont biaisés, dans la mesure où les facteurs présentent des propriétés non-orthogonales. D'autre part, il y a des interactions entre les divers facteurs. Là encore, les techniques doivent nous permettre d'isoler les effets de chaque facteur et leurs effets d'interaction. Nous traitons successivement de ces deux phénomènes.

b) L'orthogonalité des facteurs (1)

1. Notion

Pour fixer les idées sur la notion de distribution orthogonale, supposons que le niveau de revenu d'un certain nombre de sujets dépend d'un facteur α (l'âge) et d'un facteur β (l'occupation). Ces deux facteurs sont des critères de classification des sujets. La classification apparaît au tableau ci-contre.

âge \ occupations	Manoeuvres	Techniciens	Professionnels
15 - 29			
30 - 49		n_{ij}	
50 - 65			

(1) Une présentation rigoureuse de la notion d'orthogonalité apparaît à l'appendice II de ce chapitre.



Dans chacun des carreaux de cette grille, on a un élément n_{ij} représentant le nombre de sujets appartenant à la fois à la classe α_i et β_j.

Si tous les éléments n_{ij} sont égaux, la distribution par groupe d'âge et d'occupation est dite orthogonale. Dans ce cas, la valeur d'un facteur peut changer sans que celle de l'autre varie aussi. Etant donné que les paramètres sont indépendants, on peut évaluer l'influence d'un premier facteur sans que cette mesure ne soit entachée d'une erreur provenant de variations concomittantes d'un second facteur. Il est possible en particulier de mesurer l'influence de l'appartenance à une classe d'âge i simplement en prenant la différence entre le revenu moyen de l'ensemble de l'échantillon et le revenu de cette classe i. Par contraste signalons que lorsque les distributions ne sont pas orthogonales, les écarts entre les classes α_i d'un critère de classement α et la moyenne générale résultent partiellement ou intégralement de différences dans la composition des classes par rapport à d'autres critères β_s (1).

Ceci étant, précisons que la condition d'égalité n_{ij} est une condition suffisante, mais non nécessaire pour que l'orthogonalité existe. Il suffit que la répartition des unités dans les classes (ij) obéisse à certaines règles de proportionalité (2). Dans l'exemple

(1) Edmond Malinvaud, op. cit., p. 240.

(2) Cf. Oscar Kempthorne, The Design and Analysis of Experiment, Wiley, p. 87; W.L. Stevens, "Statistical Analysis of a Non-orthogonal Tri-Factorial Experiment", Biometrika, Vol. 35 (1948), p. 347; T.P. Hill, "An Analysis of the Distribution of Wage and Salaries in Great Britain", Econometrica, juillet 1959, p. 359.

envisagé ici, il y a orthogonalité lorsque la répartition percentuelle par intervalles de classe d'âge est la même pour toutes les catégories occupationnelles. On a alors

$$\frac{n_{ij}}{n_{i\cdot}} = \frac{n_{\cdot j}}{n_{\cdot\cdot}}$$

Les points en indice indiquent la sommation par rapport au critère dont le point remplace le symbole (1).

Lorsque ces conditions de proportionalité ne sont pas remplies, les estimateurs qui mesurent les effets attribuables à un facteur sont biaisés par les différences dans la composition des classes de ce critère par rapport à un autre critère (2); en

---

(1) Voici un exemple où ces conditions sont remplies:*

âge \ occupation	Manoeuvres	Techniciens	Professionnels	Total
15 - 29	2	3	4	9
30 - 49	4	6	8	18
50 - 65	6	9	12	27
Total	12	18	24	54

*On pourra dire suivant l'équation du texte:

$$\frac{\text{les techniciens âgés 30-49 ans}}{\text{les techniciens de tous les âges}} = \frac{\text{toutes les occupations du groupe d'âge 30-49 ans}}{\text{toutes les occupations de tous les groupes d'âge}}$$

(2) Cf. Malinvaud, op. cit., p. 240.

ce sens que l'influence exercée, disons par une catégorie occupationnelle, dépend de la répartition par classe d'âge des sujets appartenant à ce groupe occupationnel. Dès lors, l'estimation des effets attribuables à l'âge et aux occupations (les deux variables explicatives retenues) sur le revenu ne peut être faite simplement en mesurant l'écart entre, par exemple, un groupe d'âge et le revenu moyen, mais devient plus complexe.

2. Mesure du biais dû à l'absence d'orthogonalité.

Mesurons le biais introduit par la non-orthogonalité des distributions.

Dans le cas qui nous intéresse, le revenu d'un sujet est défini comme suit:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

où y est le revenu ijk d'un sujet k appartenant à la fois à la classe i du critère α (âge) et la classe j du critère β (occupation). α_i mesure donc l'effet sur le revenu attribuable à la classe i et β_j, celui qui est attribuable à la classe j; μ peut désigner un effet général. Quant à $(\alpha\beta)_{ij}$, il désigne l'effet d'interaction de α et β; ε_{ijk} désigne la variable aléatoire sujette à l'hypothèse ordinaire de normalité.

Signalons que les coefficients de l'âge et de l'occupation ne sont pas complètement identifiés: si, par exemple, on diminue

l'effet général de $1000. et qu'on augmente en même temps α_i de $1000., l'équation donne le même résultat.

On peut faire disparaître cette indétermination en imposant la contrainte (1)

$$\sum_i n_{i.}\ \alpha_i = \sum_j n_{.j}\ \beta_j = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Cette expression signifie que pour l'ensemble des sujets, les effets de l'âge et de l'occupation s'annulent et alors le revenu moyen $Y_{...} = \mu$ dans l'équation (1). En effet, pour tous les sujets à la fois l'écart entre, d'une part, le revenu moyen des sujets appartenant à la fois au groupe d'âge i et à l'occupation j et la moyenne des revenus de l'ensemble des sujets, d'autre part, est bien nul.

Mais, comme on l'a déjà noté, cette mesure sera le reflet exact de l'effet attribuable à l'âge (ou à l'occupation) seulement si la répartition des sujets par groupes d'âge est indépendante de la répartition par occupations, c'est-à-dire si la distribution par âge et occupation obéit aux proportions: $\frac{n_{ij}}{n_{i.}} = \frac{n_{.j}}{n_{..}}$. Revenons donc à l'estimation du biais dû à la présence de la non-orthogalité des distributions. On montre facilement que (2)

---

(1) C'est ce que Kempthorne appelle "a reparametrization of the model".

(2) Cf. l'appendice I.

$$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} = \left(\alpha_i - \sum_k \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k\right) + \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{.j}}{n_{..}}\right) \beta_j$$

$$+ \left(\frac{\sum_j n_{ij} (\alpha\beta)_{ij}}{n_{i.}} - \frac{\sum_i \sum_j n_{ij} (\alpha\beta)_{ij}}{n_{..}}\right)$$

$$+ \left(\bar{\varepsilon}_{i..} - \bar{\varepsilon}_{...}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Si le modèle ne contient pas d'interaction, l'expression précédente se simplifie comme suit:

$$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} = (\alpha_i - \sum_k \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k) + \sum_j (\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{.j}}{n_{..}}) \beta_j + (\bar{\varepsilon}_{i..} - \bar{\varepsilon}_{...}) \ldots (4)$$

La première parenthèse de cette expression représente l'effet attribuable à la modalité i du critère α ; tandis que la seconde parenthèse:

$$\sum_j \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{.j}}{n_{..}}\right) \beta_j$$

représente le biais introduit par l'utilisation seulement de

$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$ comme estimé de l'effet de la modalité i de α. Mais lorsqu'il y a orthogonalité, le biais est égal à zéro (1).

> "Il suffit alors pour estimer l'effet du premier critère de connaître les moyennes à l'intérieur des classes définies par rapport à ce seul critère, comme si le modèle ne faisait pas intervenir un effet dû au second critère" (2).

---

(1) Cf. l'appendice I.

(2) Edmond Malinvaud, op. cit., p. 239.

En d'autres mots, on évalue l'effet attribuable à un facteur simplement en faisant la différence entre le revenu d'une classe α_i et la moyenne de l'échantillon (1).

c) Interaction

La deuxième question soulevée par la présente analyse se rapporte à l'interaction des effets des facteurs. Nous avons vu précédemment que l'effet total de deux facteurs (âge et occupation) sur le revenu correspondait à la somme des effets de chaque facteur plus un terme représentant l'interaction entre ces deux facteurs. Dans un tel modèle, les facteurs ne sont pas additifs en ce qui concerne leurs effets sur la variable dépendante; la variation du niveau de l'un des facteurs produit un effet sur la variable indépendante qui n'est pas indépendant du niveau de l'autre facteur. Dans ce cas, les facteurs s'influencent mutuellement, c'est-à-dire que l'effet d'un facteur dépend du niveau d'un autre facteur. Il se produit un phénomène d'interaction (2).

(1) $\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$ correspond à l'estimation des moindres carrés, Cf. l'appendice I.

(2) Fraser présente ainsi le phénomène d'interaction: "... changing the level of one of the factors produces a change in the mean response that does not depend on the level of the other factor. The factors are then said to be additive in their effects on the mean response. If the changes are not the same at all levels of the other factor, then the factors are said to interact in their effect on the response", Statistics: An Introduction, Wiley, p. 329.

Plus particulièrement, l'effet de l'âge sur le revenu n'est pas le même pour toutes les occupations; il varie avec chaque niveau occupationnel. En d'autres mots, pour connaître l'effet de l'âge sur le revenu, il faut connaître l'occupation exercée par le sujet.

Quand il y a interaction, l'effet total des facteurs est plus élevé que la somme des effets particuliers (1).

Pour fixer les idées, utilisons un exemple arithmétique. Supposons que le salaire annuel d'un travailleur non qualifié soit $1,000., quel que soit son âge; que celui d'un travailleur professionnel soit de $3,000. à l'entrée, évoluant régulièrement pour

---

(1) On peut représenter cet effet de la façon suivante. Supposons une classification multiple de revenus selon l'âge et l'occupation. Cette classification forme une grille où chaque carreau (ij) représente le revenu pour un sujet appartenant à la fois à la classe d'âge i et à la classe occupationnelle j. Appelons $\bar{y}_{..}$ le revenu moyen de la population; $\bar{y}_{i.}$ le revenu moyen dans l'intervalle de classe d'âge i; $\bar{y}_{.j}$ le revenu moyen de l'occupation j. L'effet de l'âge i sera $\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$, tandis que l'effet de l'occupation j est $\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$ L'effet sur le revenu de la catégorie (ij) sera donc:

$$(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$$

Au lieu de mesurer les effets individuellement en partant des moyennes pour les classes i et j, on peut mesurer l'effet total en prenant directement: $(\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{..})$. S'il y a interaction, les deux résultats sont différents: L'écart entre les deux estimations,

$$\left[\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{..}\right] - \left[(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})\right]$$

correspond à l'interaction des classes i et j, quand il y a orthogonalité des effets. Les valeurs d'interaction que représente cette équation servent de base au calcul de la "composante d'interaction" de l'analyse de la variance. Soit i = 1...I et j = 1...J, on a pour la "composante d'interaction":

$$\sigma^2_{ij} = \frac{1}{(I-1)(J-1)} \sum_{ij} (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$$

atteindre $7,000. à la retraite. Il est raisonnable d'évaluer l'effet de l'interaction de la façon suivante: l'écart de $2,000. à l'entrée sur le marché est considéré comme étant l'effet principal de l'occupation; l'écart de $5,000. à l'âge de la retraite est décomposé en deux: 1) l'effet principal de l'occupation, $2,000.; et 2) l'effet dû à l'interaction de l'âge et de l'occupation, $4,000. (1).

d) Classification multiple

On doit noter que la classification des données statistiques en fonction de critères multiples permet de contourner plusieurs difficultés soulevées par la présence de collinéarité entre les critères de classement. En effet, lorsqu'on étudie l'effet attribuable à un facteur α, le biais provenant de l'absence d'orthogonalité n'est rien d'autre que la distorsion causée par les différences dans la composition des classes de α par rapport à d'autres critères β qui présentent des collinéarités avec le critère α. Dès lors si on possède une classification multiple, on contourne cette difficulté en évitant de faire une moyenne sur les classes de β pour chaque α_i et en saisissant l'effet du facteur α au niveau de ses classes particulières, pour le niveau de β. En somme cette méthode fusionne

---

(1) Cette façon d'envisager l'interaction surestime son effet, parce qu'on ne l'a pas soumis à l'effet temporisateur des moyennes. Si par contre on suppose qu'il y a quatre sujets situés chacun dans les quatre catégories extrêmes et qu'on utilise l'algèbre de la note précédente pour calculer son effet, on constate qu'il est de $1,000.

plusieurs effets en un seul, car elle attribue un effet à chaque combinaison de α et β. Ceci d'ailleurs lui donne l'inconvénient de ne pas permettre d'évaluer l'effet attribuable à chacun des facteurs. De plus, il est généralement difficile de faire des classifications selon plus de deux critères, de sorte que des biais peuvent provenir des paramètres non inclus dans la classification.

S'agissant de l'interaction des facteurs, disons qu'encore là la classification multiple peut être d'une certaine aide. En effet une classification selon deux critères permet de mesurer l'effet des niveaux α_i et β_j. Si donc on maintient α_i constant et qu'on fait varier β_j, on peut mesurer l'effet attribuable à α_i pour chacun des β_j. S'il y a interaction entre α et β, on constate que l'effet de α_i varie selon le niveau de β_j (1).

Il nous arrivera, dans la présente analyse, d'avoir recours à la classification multiple comme complément aux autres méthodes utilisées.

e) Conclusion

D'après ce qui précède, les méthodes utilisées pour étudier

---

(1) On voit qu'on peut calculer une régression simple pour chacun des α_i. Par une analyse de la covariance, on peut ensuite tester la différence entre les coefficients de régression de chacune des régressions et voir si l'interaction est significative.

l'influence des divers facteurs sur les écarts de revenus entre groupes ethniques devront éliminer les biais causés par la présence de collinéarités entre les facteurs et comporter une mesure de l'interaction entre les facteurs.

Nous allons utiliser deux méthodes. La première emprunte aux techniques d'évaluation des indices de prix et mesure "l'influence jointe" des groupes ethniques et des divers facteurs (1). On contourne les difficultés soulevées par la corrélation entre les facteurs en utilisant une classification multiple entre les deux principaux facteurs qui présentent des collinéarités accusées: la scolarité et la structure occupationnelle. La seconde consiste en une technique d'itération où l'on procède par les ajustements successifs des effets; elle a été spécialement conçue pour évaluer les effets de facteurs présentant des collinéarités. De plus, elle se prête au calcul de l'interaction entre les facteurs.

---

(1) L'interaction utilisée dans l'analyse de la variance a un sens très précis. Aussi nous évitons d'employer cette expression pour désigner ce que nous appellerons l' "influence jointe", quoique nous considérons ce concept comme une méthode "libre" de mesurer l'interaction.

Para. 2. : La méthode de standardisation par facteurs

a) Vue générale

Reprenons la question que nous avons examinée déjà au chapitre VII: dans quelle mesure les écarts qui existent entre le revenu des divers groupes ethniques sont-ils dus à la différence dans la composition occupationnelle de leur main-d'oeuvre?

Cette question revient à chercher:

1) la portion des écarts de revenus entre groupes ethniques attribuable à la différence de leur composition occupationnelle, portion que nous avons appelée effet de structure;

2) la portion attribuable à une rémunération plus élevée pour certains groupes ethniques, pour des classes d'occupations semblables, portion que nous avons appelée, effet de marché.

On résout ce problème comme suit:

1) soit Y le revenu moyen de chacun des sept groupes ethniques, que nous appelons le revenu observé (1);

2) calculons le revenu moyen que chaque groupe ethnique aurait si la rémunération de chacune des onze classes d'occupations de la

---

(1) Il s'agit du revenu de travail dans la zone métropolitaine de Montréal. Les groupes ethniques sont les Britanniques, les Français, les Allemands, les Italiens, les Juifs, les Ukrainiens et les "Autres".

main-d'oeuvre était égale à la moyenne de toute la population pour cette occupation. On obtient un revenu occupationnel standardisé pour le taux de rémunération, que nous désignons par revenu standardisé $\bar{Y}$. Etant donné que la rémunération dans chaque catégorie occupationnelle est la même pour tous les groupes ethniques, ce revenu standardisé reflète l'effet de la composition occupationnelle de la main-d'oeuvre;

3) établissons la régression de Y par rapport à $\bar{Y}$; (1)

4) cette régression nous donne deux paramètres importants: le coefficient de détermination et la pente de la droite de régression respectivement égaux à .937 et 1.63 (voir le graphique ci-contre).

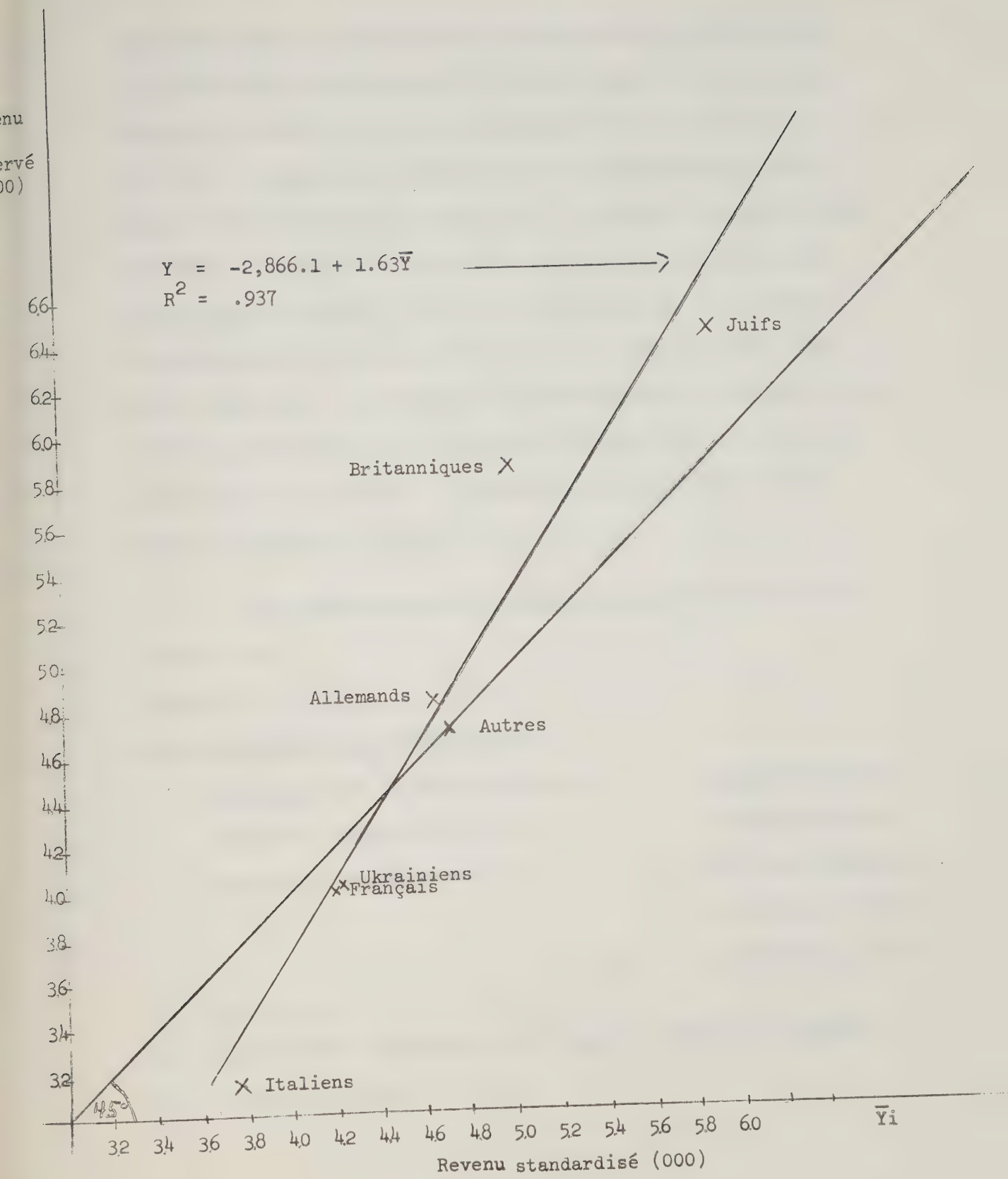
La pente de la droite de régression indique que lorsque le revenu moyen observé d'un groupe ethnique augmente de $1.00, le revenu standardisé (qui ne tient compte que des différences de structure occupationnelle), varie de $0.613 (2). On pourrait alors dire que la différence de structure occupationnelle entre groupes ethniques explique 61.3% des variations de revenus (3). Mais

---

(1) Le nombre limité d'observations ne nous permet d'utiliser cette régression qu'à titre d'illustration seulement.

(2) Soit $y = a + b\bar{Y}$. Négligeant la constante, nous obtenons $0.613, car $\Delta\bar{y} = \frac{\Delta Y}{b}$, où $\Delta Y = \$1$.

(3) Cf. Frank A. Hanna, "Analysis of Interstate Income Differentials: Theory and Practice"; "Comment", par E.F. Denison, p. 171; "Comment", par G.H. Borts, p. 187, in Regional Income, N.B.E.R., Princeton University Press, 1957.


nu
ervé
00)
Y = -2,866.1 + 1.63$\bar{Y}$
R^2 = .937
Juifs
Britanniques
Allemands
Autres
Ukrainiens
Français
Italiens
45°
6.6
6.4
6.2
6.0
5.8
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
4.2
4.0
3.8
3.6
3.4
3.2
3.2 3.4 3.6 3.8 4.0 4.2 4.4 4.6 4.8 5.0 5.2 5.4 5.6 5.8 6.0
$\bar{Y}i$
Revenu standardisé (000)

empressons-nous de noter que cette conclusion n'est valable que lorsqu'il existe une corrélation parfaite entre $\bar{Y}$ et Y. Or, en réalité, le coefficient de détermination de la régression est de 93.7%. On doit donc rabattre de 6.3 le pourcentage d'explication des variations de revenus dû à la structure occupationnelle. Cependant un préalable à cette opération consiste à établir la proportion des variations de revenus expliquée par la structure occupationnelle à partir de b^2 et non de b, afin de rendre cette valeur comparable au coefficient de détermination. On obtient alors 37.6% qui, multiplié par .937, donne 35.2 pour cent. Ce dernier pourcentage est l'effet de la structure occupationnelle sur le revenu des groupes ethniques (1).

Une interprétation raisonnable de ces résultats est la suivante (2):

Explication des variations de Y:

Portion expliquée par la régression:

- Variation des revenus des groupes ethniques expliquée par la structure occupationnelle: σ^2;
- Proportion de la variation totale de Y expliquée par la structure occupationnelle: 35.2%

---

(1) Pour un exposé rigoureux voir l'appendice III de ce chapitre.

(2) Cf. Borts, loc. cit., p. 187.

- Variation des revenus des groupes ethniques expliquée par l'action conjointe du revenu et de la structure occupationnelle $b^2\sigma_{\bar{Y}}^2 - \sigma_{\bar{Y}}^2$ (1).	- Proportion de la variation totale de Y due à l'action conjointe du revenu et de la structure: 58.5%
- Variation non expliquée par la régression	
- Résidu	- Proportion du résidu par rapport à la variation totale de Y: 6.3%

En somme, ce tableau signifie que dans le cas envisagé la régression explique 93.7% des variations de revenu entre groupes ethniques. Or, on sait que la variable indépendante est le revenu standardisé. Par conséquent, le coefficient de détermination .937 explique bien cette partie des variations de revenus entre groupes ethniques qui est due à la structure occupationnelle. Mais cet effet de la structure occupationnelle peut être scindé en effet direct et effet indirect. En effet, on observe (au moyen de la pente de la droite de régression de Y par rapport à $\overline{Y}$) que la structure occupationnelle n'explique que 35.2% de la variation de Y. Puis on

---

(1) On peut démontrer que la somme des variations de Y est égale à

$$b^2 \sum \bar{y}^2 + e^2$$

soustrait ce pourcentage de l'explication totale (93.7%) donnée par $b^2\sigma_Y^2$ Et on conclut que la valeur $b^2\sigma_Y^2 - \sigma_Y^2$ qui n'est pas expliquée par la structure occupationnelle est le résultat de l'action conjointe de la structure occupationnelle et du niveau de revenu. D'où un effet direct de 35.2 pour cent et un effet indirect de 58.5 pour cent.

b) La méthode utilisée

Dans l'analyse des écarts de revenu entre deux groupes ethniques, une formule qui nous permet de tenir compte de l'influence directe des facteurs et de cette action conjointe avec les revenus dont on a fait état à l'alinéa précédent est la suivante:

$$Y^B - Y^F = \sum_i dY_{is} N^F_{is} + \sum_i dN_{is} Y^F_{is} + \sum_i dN_{is} dY_{is} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

où Y^B: revenu moyen (de travail) des Britanniques

Y^F: revenu moyen (de travail) des Français.

et $Y^B = \sum_i Y^B_{is} N^B_{is}$

$Y^F = \sum_i Y^F_{is} N^F_{is}$

Y_{is}: revenu des sujets appartenant à la classe i du facteur s;

i varie selon le nombre de classes du facteur s; s est unique dans chaque formule et représente un facteur de classification différent d'une étape de l'itération à l'autre; dans les formules spécifiques on le représente ainsi: e pour scolarité, a pour âge, t pour industrie, o pour occupation, eo pour scolarité-occupation. B et F comme

indices supérieurs attachés à un symbole désignent respectivement les Britanniques et les Français. Lorsqu'on fera l'analyse pour les autres groupes ethniques, cet indice sera la première lettre du groupe ethnique.

N_{is}: la proportion de la main-d'oeuvre d'un groupe ethnique appartenant à la classe i du facteur s;

enfin:

$$dY_{is} = Y^B_{is} - Y^F_{is}$$

$$dN_{is} = N^B_{is} - N^F_{is}$$

Le membre gauche de l'équation (1) indique la différence qui existe entre le revenu moyen des Britanniques et celui des Français, alors que le membre droit indique les sources de cette différence:

$\sum_i dY_{is}\ N^F_{is}$ est l'effet attribuable à la différence de revenu entre deux groupes ethniques à l'intérieur de chaque classe du facteur envisagé;

$\sum_i dN_{is}\ Y^F_{is}$ est l'effet attribuable à la différence de structure, selon le critère envisagé, entre la main-d'oeuvre de deux groupes ethniques;

$\sum_i dN_{is}\ dY_{is}$ est l'influence conjointe de la différence de revenu et du facteur.

Cette introduction méthodologique présente les formules se rapportant à l'analyse des écarts de revenus entre Français et

Britanniques; aux stades ultérieurs, nous les utiliserons pour analyser les écarts de revenus entre d'autres paires de groupes ethniques.

Avant d'en arriver à l'analyse proprement dite, formulons une remarque.

D'après la formule précédente, la base de nos calculs est le revenu et les caractéristiques structurelles de la main-d'oeuvre française. On évalue l'effet de marché et l'effet de structure en utilisant les expressions $dY_{ie}\ N^{F}_{ie}$ et $dN_{ie}\ Y^{F}_{ie}$ au lieu de $dY_{ie}\ N^{B}_{ie}$ et $dN_{ie}\ Y^{B}_{ie}$.

Du point de vue arithmétique, on peut dire cependant qu'<u>a priori</u> il n'existe pas de raisons pour qu'on utilise le premier plutôt que le deuxième groupe de formules. Mais si on se réfère à leur signification économique, on arrive à la conclusion que le premier groupe rencontre les objectifs recherchés: estimation des effets nets des structures et des taux de rémunération et de leurs interactions séparément. En effet, lorsqu'on utilise l'expression dNY^{F}_{ie} (où e = éducation) pour calculer l'effet de structure, on évalue le revenu des Français dans l'hypothèse où, d'une part, la scolarité des Français est de même niveau que celle des Britanniques et, de l'autre, où la rémunération de cette scolarité accrue, dN, se fait aux taux français (Y^{F}). En revanche, en utilisant dNY^{B}_{ie}, pour calculer l'effet de structure, on suppose que le niveau de

scolarité plus élevé est rémunéré aux taux Britanniques. On voit qu'à cause de la variation concomittante de la structure et des revenus, la deuxième approche ne donne pas l'effet net de la structure; elle contient un élément d'interaction. Cette deuxième forme équivaut donc à dire que la scolarisation accrue dN est rémunérée au taux français, soit dNY^F, plus un supplément qui compense la différence de taux entre Français et Britanniques: dN dY. C'est dire que:

$$dNY^B_{ie} = dNY^F_{ie} + dN_{ie}\ dY_{ie}$$

Mais ceci revient à dire que l'expression dNY^B_{ie} peut être décomposée en effet net de structure d'une part et en effet "d'interaction", de l'autre, à la condition d'utiliser le revenu et les caractéristiques structurelles de la main-d'oeuvre française pour évaluer séparément l'effet attribuable à la structure et à son interaction avec les revenus.

c) Analyse de l'influence des divers facteurs, par groupe ethnique

1. Britanniques et Français.

Dans la région métropolitaine de Montréal en 1961, le revenu moyen (de travail) des Britanniques (hommes seulement) (1) est de $5,896. et celui des Français de $3998. Ce qui fait un écart de $1898.

---

(1) Il est important de noter que toute l'analyse du paragraphe c) est fondée sur le revenu de la main-d'oeuvre masculine seulement.

en faveur des Britanniques (1). L'offre de travail des Britanniques et des Français à Montréal est différente à plusieurs points de vue. Nous cherchons donc à évaluer l'écart de revenu entre ces deux groupes qui est attribuable à des différences dans la scolarité, la structure occupationnelle, l'âge, la structure industrielle et le taux de chômage.

i) Scolarité

En utilisant la technique précédente, nous constatons que l'effet de l'éducation se présente ainsi:

$$\sum_i dN_{ie}\, Y^F_{ie} \quad : \quad \$625.74 \quad (33\%)$$

$$\sum_i dY_{ie}\, N^F_{ie} \quad : \quad \$970.05 \quad (51.1\%)$$

$$\sum_i dY_{ie}\, dN_{ie} \quad : \quad \$301.89 \quad (15.9\%)$$

différence totale : $1898.

(1) Cet écart varie légèrement selon le critère de classification retenu, parce que les moyennes ne sont pas calculées de la même façon. Dans certains cas, la moyenne est calculée sur la base de ceux qui avaient déclaré un revenu, dans d'autres, sur la base de toute la main-d'oeuvre. Les décimales retenues affectent aussi les moyennes etc. Pour ce qui a trait aux revenus classés selon l'âge, les écarts diffèrent de façon significative des autres. Car la classification des revenus selon les groupes d'âges est faite à partir, non pas des revenus de travail, mais des revenus totaux. Ce changement de base ne crée pas d'inconvénient aussi longtemps qu'on ramène en pourcentage les effets attribuables à l'âge. De toute façon, dans les tableaux ci-après, nous avons mis l'écart exact en regard de chaque facteur.

Le tableau 8-8 illustre la façon de calculer l'influence de l'éducation. La colonne (9) de ce tableau indique que $625. de l'écart de $1898. (soit 33%) existant entre le revenu des Britanniques et des Français est attribuable à la scolarité plus faible des Français. Mais le même tableau (col. 8) indique aussi que même si le niveau de scolarité était le même chez les Français et les Britanniques, il existerait encore une différence d'au moins $970.05 entre ces deux groupes. En d'autres termes, pour un même niveau de scolarité, le revenu des Français est encore inférieur à celui des Britanniques de $970.05. On connaîtra, par l'itération qui suit, la proportion de cette valeur qui est associée aux autres facteurs d'hétérogénéité du travail des Britanniques et des Français à Montréal.

Enfin, il reste une somme de $301.89 qui s'explique par l'influence jointe du revenu et du niveau de scolarité.

ii) Occupations

La structure des occupations, tout comme le degré de scolarité, influe sur le niveau moyen des revenus. Utilisant la même technique que dans l'alinéa précédent, nous cherchons à évaluer cette partie des écarts de revenus entre Français et Britanniques qui est attribuable à la différence de leur structure occupationnelle respective.

Tableau 8-8

Niveau d'éducation et différence de revenu de travail entre Français et Britanniques, zone métropolitaine de Montréal, 1961.

Education (1)	BRITANNIQUES Revenus moyens Y^B_{ie} (2)	BRITANNIQUES Main-d'oeuvre N^B_{ie} (3)	FRANCAIS Revenus moyens Y^F_{ie} (4)	FRANCAIS Main-d'oeuvre N^F_{ie} (5)	dY_{ie} (6)	dN_{ie} (7)	$dY_{ie} \cdot N^F_{ie}$ (8)	$dN_{ie} \cdot Y^F_{ie}$ (9)	$dY_{ie} \cdot dN_{ie}$ (10)
Aucune	3113	0.0011	2518	0.0018	595	-0.0007	1.07	- 1.76	- 0.42
Elémentaire	4051	0.2095	3372	0.4580	679	-0.2485	310.98	-837.94	-168.73
Secondaire 1 - 2	4449	0.2046	3773	0.2414	676	-0.0368	163.19	-138.85	-24.88
Secondaire 3 - 5	5973	0.3697	4437	0.2154	1536	0.1543	330.85	684.63	237.00
Universitaire	8949	0.2151	6983	0.0834	1966	00.1317	163.96	919.66	258.92
Total		1.0000		1.0000		0.0000	$970.05	$625.74	$301.89

Les calculs donnent les résultats suivants:

$\sum_i dY_{io} N^F_{io}$: $1017.37 (53.7%)

$\sum_i dN_{io} Y^F_{io}$: $ 599.91 (31.6%)

$\sum_i dN_{io} dY_{io}$: $ 278.95 (14.7%)

différence totale : $1896.

Ces chiffres indiquent que 31.6%, soit l'équivalent de $599.91 de l'écart de $1896. entre le revenu des Britanniques et celui des Français, est attribuable à la structure occupationnelle. Par contre, le fait que pour des catégories occupationnelles semblables le revenu des Français soit plus faible que celui des Britanniques se traduit par un effet de marché de $1017.37.

Quant à l'influence jointe, elle se situe à $278.95.

iii) Scolarité - occupations

D'une part, la structure occupationnelle et le niveau de scolarité sont correliés (1). L'influence totale de ces deux facteurs ne s'obtient donc que par la sommation de leurs effets particuliers. D'autre part, comme nous venons de le noter, une

---

(1) Si on utilise pour représenter l'éducation et la structure occupationnelle les mêmes indices que dans la régression précédente présentée à la section I, le coefficient de corrélation entre ces deux variables est de .75.

partie de l'écart qui existe, pour une même catégorie occupationnelle, entre le revenu des Français et celui des Britanniques est attribuable au fait que la main-d'oeuvre française se trouve en proportion élevée dans les strates inférieures des catégories socio-occupationnelles. En effet, on a constaté dans un chapitre précédent (1) que la concentration des administrateurs français dans les fonctions administratives les moins rémunératrices explique 42 pour cent de l'écart de revenus entre administrateurs français et administrateurs britanniques au Canada. Il suit que l'effet de marché inclut en réalité un effet de structure supplémentaire.

La classification multiple par groupes occupationnels et niveau de scolarité permet en partie de solutionner l'un et l'autre de ces problèmes.

On a déjà noté que ce procédé permet de contourner les difficultés soulevées par la présence de collinéarités entre les facteurs. De plus, la répartition des groupes occupationnels selon les niveaux de scolarité compense en partie le manque de finesse des catégories occupationnelles.

Pour évaluer les effets des facteurs à partir des classifications multiples, on utilise le même algèbre que précédemment, sauf que le nombre de classes de revenus correspond au nombre des catégories professionnelles multiplié par le nombre des niveaux de

(1) Tableau 7-16.

scolarité.

Les résultats se lisent comme suit:

$$\sum_i dN_{ieo}\, Y^F_{ieo} \quad : \quad \$857.45 \quad (45.1\%)$$

$$\sum_i dY_{ieo}\, N^F_{ieo} \quad : \quad \$732.98 \quad (38.6\%)$$

$$\sum_i dN_{ieo}\, dY_{ieo} \quad : \quad \$309.00 \quad (16.3\%)$$

différence totale : $1898.

Ces résultats signifient que l'effet net des différences entre d'une part la scolarité et la structure occupationnelle des Français et de l'autre la scolarité et la structure occupationnelle des Britanniques est de l'ordre de $857.45 ou 45.1% de l'écart. Mais il demeure que même quand, par hypothèse, la structure des occupations et de la scolarité sont les mêmes chez les deux groupes ethniques, le revenu des Français est encore inférieur à celui des Britanniques d'au moins $732.98.

Rapprochons ces résultats de ceux que nous avons obtenus lorsque nous avons évalué séparément les effets attribuables à l'éducation et à la structure occupationnelle. Nous avons vu alors que chacun de ces facteurs "expliquent" respectivement $625.74 et $599.91 de l'écart de revenu entre les Français et les Britanniques. Mais puisque la structure occupationnelle et la scolarité sont correliées, leur influence totale n'est plus que de $85 .45 lorsqu'on l'évalue par

une classification croisée.

Par ailleurs, nous venons de voir que même si la structure des occupations et la scolarité des Britanniques et des Français étaient homogènes, le revenu de ces derniers serait encore inférieur à celui des Britanniques de $732.98. On a vu également qu'en moyenne, pour les mêmes occupations, le revenu des Français est plus faible que celui des Britanniques d'une valeur de $1,017.37. La différence entre ces deux derniers chiffres est attribuable au fait que pour une catégorie occupationnelle semblable, le niveau d'éducation des Français est plus bas que celui des Britanniques. L'influence jointe est estimée à $309.00.

iv) Structure industrielle

Nous continuons cette itération par l'étude de l'influence de la structure industrielle sur les disparités de revenu entre Français et Britanniques à Montréal.

Dans une première approche, nous utilisons une classification simple de neuf groupes industriels.

Les résultats se lisent comme suit:

$\sum_i dY_{it} N^F_{it}$: $1,748.37 (92.2%)

$\sum_i dN_{it} Y^F_{it}$: $ 80.03 (4.2%)

$\sum_i dY_{it} dN_{it}$: $ 68.94 (3.6%)

différence totale : $1,898.

On remarque que le revenu de la main-d'oeuvre française n'augmenterait que de $80.03 (en négligeant l'influence jointe) si la répartition des travailleurs français selon les industries était la même que celle des Britanniques. C'est dire que l'effet de structure ne compte que pour 4.2% de l'écart total de revenu.

Mais, si on utilise une ventilation industrielle de 35 groupes au lieu de 9, l'effet de structure augmente. Dans ce cas, la structure industrielle "explique" 12.17%, soit l'équivalent de $231.41 de la différence de revenu entre Français et Britanniques (1).

---

(1) Il est possible que les hauts revenus de certaines industries soient dus à une concentration d'ouvriers hautement spécialisés dans ces industries. Cette corrélation entre la structure industrielle et la structure occupationnelle peut conduire à une estimation par excès de l'influence totale des structures industrielles et occupationnelles, si on n'utilise que des classifications simples. Pour contourner ce problème, nous avons utilisé une classification selon deux critères: industries et occupations.

Les résultats de la classification multiple par industries (35 groupes) et occupations se lisent comme suit:

$$\sum_i dN_{ito}\, Y^F_{ito} \quad : \quad \$823.36 \quad (43.1\%)$$

$$\sum_i dY_{ito}\, N^F_{ito} \quad : \quad \$595.23 \quad (36.4\%)$$

$$\sum_i dY_{ito}\, dN_{ito} \quad : \quad \$391.06 \quad (20.4\%)$$

où to = industrie - occupation

différence totale : $1909.65

L'influence "occupations-industries" est légèrement inférieure à la somme des effets attribuables à la structure occupationnelle et à la structure industrielle (35 groupes) obtenue par l'utilisation de la classification des revenus selon un seul critère.

v) Age

Les Français sont plus jeunes que les Britanniques. Etant donné la structure temporelle des revenus, on peut attendre que pour cette raison les revenus des Français soient plus bas que ceux ces Britanniques. Pour évaluer l'effet attribuable à l'âge, nous avons utilisé les revenus totaux et non pas les revenus de travail comme dans l'analyse précédente.

$\sum_i dY_{ia} N^F_{ia}$: \$ 116.44 (86.4%)

$\sum_i dN_{ia} Y^F_{ia}$: \$1704.16 (5.9%)

$\sum_i dN_{ia} dY_{ia}$: \$ 151.68 (7.7%)

différence totale : \$1973.

Nous voyons que la différence dans la pyramide d'âge, entre Français et Britanniques explique 5.9%, soit l'équivalent de \$116.44 de l'écart de revenu entre ces deux groupes.

Quant à l'influence jointe, elle est de \$151.68. Ceci s'explique facilement étant donné que l'observation statistique révèle que l'expérience compte plus pour les travailleurs à gros revenus que pour les autres.

vi) Emploi

On a vu à la section précédente que le degré d'emploi

est le principal facteur de variation des revenus entre les villes. Comme les revenus sont des revenus annuels, un taux de chômage plus élevé chez un groupe ethnique que chez un autre peut se traduire par un revenu plus bas pour le premier groupe. Le taux de chômage est aussi plus élevé chez les travailleurs de faible qualification. Comme les Français sont au bas de l'échelle des occupations et qu'ils sont moins instruits, il y a tout lieu de croire que le taux de chômage est plus élevé chez les Français que chez les Britanniques. Ainsi, aux autres facteurs déjà vus, on doit ajouter le degré d'emploi comme susceptible d'expliquer l'existence de revenus plus bas chez les Français que les Britanniques. Etant donné la carence des statistiques, une expression quantitative exacte de l'influence du chômage n'est pas possible; on peut néanmoins parvenir à une estimation raisonnable. Donnons d'abord une évaluation du taux de chômage de ces deux groupes.

A la colonne (1) du tableau ci-dessous, on trouve un taux de chômage par niveau de scolarité au Canada en 1960. En regard de ces taux de chômage, nous présentons une estimation de la proportion de la main-d'oeuvre appartenant aux divers niveaux de scolarité, différenciée par groupe ethnique (1).

---

(1) Comme les niveaux de scolarité disponibles sont très flous, l'estimation des statistiques apparaissant aux colonnes (2), (3) et (4) n'est qu'approximative; de plus, elle est fondée sur la main-d'oeuvre masculine seulement.

Niveau de scolarité	Taux de chômage % (1)	Proportion de la main-d'oeuvre par classe de scolarité (%)		
			Britanniques	
		Français (2)	1ère estimation (3)	2ième estimation (4)
Un peu d'élémentaire	18.7	8	2	2
Elémentaire complet et un peu de secondaire	8.0	62	20	30
Secondaire complet et au-delà	2.7	30	78	68

Source: colonne (1) B.F.S. No 71503F, irrégulier; les autres colonnes sont des estimations à partir des statistiques sur l'éducation que nous avons dans cet ouvrage.

Pour les Britanniques, nous avons retenu deux estimations. Le taux moyen de chômage serait le suivant:

Taux de chômage pour les Français : 7.3

Taux de chômage pour les Britanniques :

1ère estimation : 4.0

2ième estimation : 5.7

Au maximum, l'écart entre le taux de chômage des Français et des Britanniques est donc de 3.3 points de pourcentage; ce qui réduit le revenu des Français par rapport à celui des Britanniques de $\sim$ \$130. (1).

(1) Cette méthode suppose que le taux de chômage par niveau de scolarité est le même pour tous les groupes ethniques. Il semble que cette hypothèse force la réalité, en particulier pour les Italiens dont le taux de chômage ainsi évalué apparaît plus bas.

vii) Influence jointe

Une des pierres d'achoppement à la méthode que nous avons utilisée est la difficulté d'interpréter l'influence jointe. Voyons d'abord ce que signifie cette expression du point de vue arithmétique. Dans $\sum_i dY_{is}\, dN_{is}$, $\sum_i dN_{is} = 0$; ce qui signifie que pour une partie (catégories de revenus élevés) les dN_{is} sont positifs et que pour l'autre, ils sont négatifs car le système de pondération veut que $\sum_i N^B_{is} = N^F_{is} = 1$. Il ressort de ces relations que $\sum_i dY_{is}\, dN_{is}$ ne peut être positif que si les écarts de revenu dans les catégories élevées sont plus grands que ceux des catégories à bas revenus. Dès lors, on peut dire que la valeur de $\sum_i dY_{is} dN_{is}$ représente la mesure dans laquelle les Français dans les catégories à revenus élevés sont, lorsqu'on compare leurs revenus avec ceux des Britanniques, défavorisés par rapport aux Français dans les catégories à bas revenus.

D'après cette interprétation $\sum_i dY_{is}\, dN_{is}$ devient un effet de marché mesurant non pas l'effet des écarts intergroupes, mais la différence dans ces écarts selon les catégories. Par exemple, si l'écart de revenu entre les Britanniques et les Français est de $100. chez les manoeuvres et de $800. chez les professionnels, l'influence jointe est plus élevée que si les écarts sont de $100. chez les manoeuvres et de $400. chez les professionnels.

Pour mieux comprendre la nature de l'influence jointe,

établissons le lien qui existe entre cet effet et la notion d'interaction qu'on rencontre dans l'analyse de la variance. Ces deux notions sont analogues. On sait que l'interaction existe lorsque l'effet d'un facteur dépend du niveau d'un autre facteur. Or, nous avons vu à l'alinéa précédent que l'influence jointe est positive lorsque les écarts de revenus des classes élevées sont plus grands que ceux des classes inférieures. C'est donc une façon de dire qu'il existe de l'interaction entre le facteur envisagé (l'occupation par exemple) et les groupes ethniques: plus on est dans les classes supérieures du facteur, plus l'effet de l'appartenance ethnique est important, d'où augmentation des écarts de revenus. On est donc fondé de voir dans l'influence jointe du revenu et des facteurs envisagés une interaction entre l'ethnie et les facteurs (1).

---

(1) Au dernier paragraphe de cette section, nous traitons expressément de l'interaction entre l'éducation et les groupes ethniques d'une part, les occupations et les groupes ethniques de l'autre.

vii) Résumé

Voici le résumé des résultats obtenus jusqu'ici.

Tableau 8-9

Influence des divers facteurs sur la disparité des revenus entre les Britanniques et les Français, Montréal 1961.

	Facteurs (1)	$\sum_i dY_{ij} N^F_{ij}$ (2)	$\sum_i dN_{ij} Y^F_{ij}$ (3)	$\sum_i dY_{ij} dN_{ij}$ (4)
(1)	Education	$ 970.05	$ 625.74	$ 301.89
(2)	Occupation	1017.37	599.91	278.95
(3)	Education-occupation	732.98	857.45	309.00
(4)	Industries (9 groupes)	1748.37	80.03	68.94
(5)	Industries (35 groupes)	1506.94	231.41	160.68
(6)	Industries-occupation	695.23	823.36	391.06
(7)	Age (1)	1639.38	112.01	145.91
(8)	Chômage		~ 130.00	

(1) Ces valeurs sont différentes de celles apparaissant précédemment car elles ont été corrigées pour tenir compte de la différence entre le revenu total et le revenu de travail.

Dans le tableau 8-9, nous avons groupé les différents facteurs dont nous avons successivement examiné l'influence sur les écarts de revenus entre Britanniques et Français. On sait que la différence du revenu de travail entre ces deux groupes est de $1898. La différence dans la structure occupationnelle et la scolarité à la fois explique 45.1% de cet écart, soit $857.45 (case 3,3).

Quant à l'influence de la structure industrielle, étant donné que les évaluations précédentes paraissent indiquer que ce facteur est peu corrélié avec les autres, nous avons retenu la classification selon 35 groupes, soit $231.41. Nous convenons toutefois que jusqu'à un certain point, c'est une évaluation par excès.

En l'absence de collinéarité entre les facteurs retenus, on peut faire la somme des effets de chacun d'entre eux. Pour les prendre qu'une fois, on choisit les lignes 3, 5, 7 et 8 du tableau 8-9.

L'influence totale des facteurs retenus sur la disparité des revenus entre les Britanniques et les Français s'établit comme suit:

scolarité - éducation	:	$857.45	(45.1%)
industrie	:	$231.41	(12.1%)
âge	:	$112.01	(5.9%)
chômage	:	~ $130.00	(6.3%)
total	:	$1330.87	(69.4%)

On peut dire que si les Français avaient le même âge, la même scolarité, faisaient partie des mêmes groupes occupationnels, travaillaient dans les mêmes industries et avaient le même taux de chômage que les Britanniques, leur revenu (de travail) augmenterait de $1330.87 au moins. De la sorte, on "expliquerait" 70. % de la différence totale de revenu entre les deux groupes. Mais leur revenu serait encore plus faible que celui des Britanniques d'une valeur de $567.13 (1). Signalons cependant que ce dernier montant inclut l'influence jointe de même que les résidus des effets de structure que seule une classification plus fine permettrait d'isoler et de classer avec leurs effets propres. Notons enfin que si la demande de travail était différenciée par groupes ethniques et si la concentration de la main-d'oeuvre d'un groupe ethnique à des niveaux inférieurs des catégories professionnelles reflétait un manque d'égalité des chances, on pourrait difficilement attribuer à des effets de structure la différence de revenus qui existe entre deux groupes ethniques pour une même catégorie professionnelle (2).

---

(1) Ce dernier chiffre donne une estimation par différence de l'écart qui demeure après standardisation. Remarquons que nous n'avons pas tenu compte des collinéarités entre la structure industrielle, l'âge et surtout le degré d'emploi. Quoique assez légères pour les deux premiers facteurs, elles sont non négligeables pour le troisième. Il y a surestimation de l'effet total des facteurs dans la mesure où cette collinéarité existe.

(2) Rapprochons ces résultats de ceux qu'on observe à Toronto. Dans la zone métropolitaine de Toronto, le revenu des Britanniques est d'environ $1100. supérieur à celui des Français. L'effet combiné occupation-scolarité explique 44.1% de cet écart, alors que l'âge et l'industrie expliquent successivement 16.1% et 4.4%.

2. Britanniques et Juifs

Nous avons fait une présentation détaillée des écarts de revenus entre Français et Britanniques et nous avons indiqué en cours de route la méthode utilisée. Nous avons recours à la même méthode pour faire l'analyse des écarts de revenus entre divers autres groupes ethniques.

Le revenu de travail des Juifs à Montréal est de $6,511.00. L'écart entre le revenu des Juifs et des Britanniques est donc de l'ordre de $615.00 en faveur des Juifs. Nous avons colligé au tableau ci-après la statistique des effets de chaque facteur. Il est nécessaire de faire remarquer ici que cette analyse a été faite en utilisant comme référence le revenu et les structures des Britanniques et non des Juifs (1).

---

(1) Ceci était nécessaire pour que dY soit positif.

Tableau 8-10

Influence des divers facteurs sur les disparités de revenus entre les Juifs et les Britanniques, Montréal 1961

Scolarité:

$\sum_i dY_{ie} N^B_{ie}$	: $731.09	(118.8%)
$\sum_i dN_{ie} Y^B_{ie}$	: -$ 59.66	(- 9.7%)
$\sum_i dY_{ie} dN_{ie}$	: -$ 55.85	(- 9.1%)
différence totale	: $615.	

Occupation:

$\sum_i dY_{io} N^B_{io}$	: -$536.72	(-87.8%)
$\sum_i dN_{io} Y^B_{io}$	: $1222.89	(200.0%)
$\sum_i dY_{io} dN_{io}$	: -$ 74.63	(-12.2%)
différence totale	: $612.	

Scolarité - occupation:

$\sum_i dYieo\ N^B_{ieo}$	: -$405.73	(-66 5%)
$\sum_i dN_{ieo} Y^B_{ieo}$	: $864.66	(141.6%)
$\sum_i dY_{ieo} dN^B_{ieo}$	: $151.61	(24.9%)
différence totale	: $610.	

Age*:

$\sum_i dY_{ia} N^B_{ia}$	: $506.17	(83.1%)
$\sum_i dN_{ia} Y^B_{ia}$	: $169.30	(27.8%)
$\sum_i dY_{ia} dN_{ia}$	: -$ 66.56	(-10.9%)
différence totale non standardisée:	$780.	

Industrie (9 groupes)

$\sum_i dY_{it} N^B_{it}$	: $320.17	(52.0%)
$\sum_i dN_{it} Y^B_{it}$	: $ 4.87	(0.8%)
$\sum_i dY_{it} dN_{it}$	: $289.49	(47.1%)
différence totale	: $610.	

* Les effets de l'âge ont d'abord été calculés à partir des revenus totaux; nous les avons ensuite standardisés par rapport aux revenus de travail. Il en est ainsi pour toutes les autres itérations. Les p.c. sont calculés à partir des revenus totaux.

L'interprétation des résultats paraît poser quelques difficultés. Envisageons d'abord le cas de l'éducation. L'écart à expliquer est de $615. et il semble paradoxal que l'effet de marché explique un écart de revenu de $731.09 entre Juifs et Britanniques, soit 118.8% de l'écart observé. Ce paradoxe n'est qu'apparent, car cette observation ne fait qu'indiquer que le niveau du revenu des Juifs dans chaque classe d'éducation compense, et au-delà, leur niveau d'éducation plus bas que celui des Britanniques (1).

Par ailleurs, ce désavantage des Juifs quant au niveau de scolarité, leur fait perdre en moyenne $59.66 (2). Cette somme doit être soustraite de $731.09, car ce premier calcul était fait dans l'hypothèse que le niveau d'éducation des Juifs était le même que celui des Britanniques. Il en est d'ailleurs ainsi de l'influence jointe qui, négative, doit être soustraite du premier montant obtenu.

Un phénomène important se manifeste en ce qui concerne la structure occupationnelle. On observe que dans certaines occupations

---

(1) Le niveau plus élevé de la rémunération des Juifs par rapport aux Britanniques, dans certaines classes de scolarité, reflète probablement une différence dans la distribution par rapport aux occupations dont la structure est favorable aux Juifs.

(2) Ou, ce qui revient au même, le revenu des Britanniques baisserait de $59.66 s'ils avaient le niveau d'études des Juifs.

(administrateurs, employés de bureau...), les Britanniques obtiennent plus que les Juifs, mais que dans d'autres (professionnels et techniciens, vendeurs ...) ce sont les Juifs qui sont les mieux rémunérés; mais, dans l'ensemble, en ce qui concerne les taux de rémunération par occupation, les Juifs sont perdants. C'est ainsi que $\int_{\bar{Y}} dY_{io} N^{B}_{io}$: -$536.72. En revanche, les Juifs se rattrapent grâce à une structure plus favorable des occupations. L'avantage occupationnel des Juifs leur vient principalement de leur concentration dans les fonctions administratives où on trouve plus de 38 pour cent d'entre eux. Même si leurs taux de rémunération dans cette classe professionnelle sont inférieurs à ceux des Britanniques, ce sont tout de même les fonctions administratives qui leur procurent les taux les plus élevés. Cette concentration dans la classe des administrateurs leur vaut en fait une avance considérable de $1,222.89 sur les Britanniques. Mais comme nous l'avons noté précédemment, une partie de cet avantage est rognée par l'effet de marché qui, dans l'ensemble, leur est défavorable. Il en est de même de l'influence jointe qui joue contre eux. De sorte que l'écart entre Juifs et Britanniques est beaucoup moindre que le laisse présager certains avantages structurels des Juifs.

On retrouve des résultats analogues dans l'analyse de l'influence "occupation - éducation". Etant donné que le niveau d'éducation - occupation des Britanniques est en moyenne moins élevé que celui des Juifs, on devrait s'attendre à une différence de revenus

entre ces deux groupes d'au moins $864.66. Mais vu que pour un même niveau d'éducation - occupation, les Juifs obtiennent en moyenne $405. de moins que les Britanniques et que d'autre part l'influence jointe est de $151., l'écart observé est de $610.

Quant à la pyramide d'âge, elle explique 27.8% des écarts de revenus entre Juifs et Britanniques. S'agissant de la structure industrielle, son influence est pratiquement nulle, 0.8 pour cent. Car bien que les Juifs aient, dans certaines industries, des taux de rémunération plus bas que ceux des Britanniques, ils se rattrapent dans des industries comme le commerce, la finance et les assurances, les manufactures, pour enfin devoir un effet de marché de $320.17. L'effet de structure est presque inexistant. Ajoutons à cela les $289.48 attribuables à l'influence jointe et nous avons une idée de la situation des Juifs par rapport aux Britanniques, lorsqu'on envisage les activités économiques sous l'angle industriel et commercial (1).

3. Britanniques - Italiens

Nous continuons cette étude par une analyse des disparités de revenus entre les Britanniques et les Italiens. Le revenu de travail des Italiens à Montréal se situe à quelque $3,136. L'écart de revenu entre Italiens et Britanniques est donc de $2,760. en faveur de ces derniers.

Le tableau des disparités de revenus entre Britanniques et Italiens est le suivant:

(1) Nous n'avons pas tenu compte des différences possibles dans le taux de chômage entre Britanniques et Juifs; cet effet nous a paru négligeable.

Tableau 8-11

Influence des divers facteurs sur les disparités de revenus entre Britanniques et Italiens, Montréal 1961

Scolarité:		
$\sum_i dY_{ie} N^I_{ie}$	$1308.54	(47.4%)
$\sum_i dN_{ie} Y^I_{ie}$	$1159.38	(42.0%)
$\sum_i dY_{ie} dN_{ie}$	$ 292.20	(10.6%)
différence totale	$2760.	
Age:*		
$\sum_i dY_{ia} N^I_{ia}$	$2411.59	(87.6%)
$\sum_i dN_{ia} Y^I_{ia}$	$ 119.97	(4.4%)
$\sum_i dY_{ia} dN_{ia}$	$ 226.37	(8.0%)
différence totale non standardisée	$2837.	
Industrie: (9 groupes)		
$\sum_i dY_{it} N^I_{it}$	$2583.31	(93.7%)
$\sum_i dN_{it} Y^I_{it}$	$ 93.29	(3.4%)
$\sum_i dY_{it} dN_{it}$	$ 81.30	(2.9%)
différence totale	$2759.	
Occupation:		
$\sum_i dY_{io} N^I_{io}$	$1265.91	(45.9%)
$\sum_i dN_{io} Y^I_{io}$	$ 941.60	(34.2%)
$\sum_i dY_{io} dN_{io}$	$ 549.53	(19.9%)
différence totale	$2757.	
Scolarité - occupation:		
$\sum_i dY_{ieo} N^I_{ieo}$	$ 967.02	(35.0%)
$\sum_i dN_{ieo} Y^I_{ieo}$	$1555.87	(56.2%)
$\sum_i dY_{ieo} dN_{ieo}$	$ 243.10	(8.8%)
différence totale	$2761.	

* Effets standardisés pour la différence entre les revenus totaux et les revenus de travail.

Quarante-sept pour cent de l'écart des revenus entre les Italiens et les Britanniques s'explique par le fait que pour un même niveau d'éducation, les Italiens reçoivent un taux de rémunération plus bas que les Britanniques. Par ailleurs, le haut niveau d'éducation des Britanniques par rapport aux Italiens explique 42% de l'écart de revenu entre ces deux groupes.

L'influence de l'âge est limitée, car la différence entre la structure d'âge des Britanniques et des Italiens n'explique que 4.4% de leurs écarts de revenus. Bien entendu, si la structure d'âge des Italiens était la même que celle des Britanniques, leurs revenus seraient encore largement inférieurs à ceux des Britanniques, mais cet écart doit être attribué en bonne partie à des différences dans le niveau d'éducation et la structure occupationnelle.

Il en est d'ailleurs de même de la structure industrielle qui en elle-même n'explique que 3.4% des écarts de revenus entre ces deux groupes ethniques.

En revanche, la différence entre la structure occupationnelle des Britanniques et des Italiens explique une fraction importante de leurs écarts de revenus, soit 34.2% ou l'équivalent de $2,757. Mais il demeure que même lorsque les Britanniques et les Italiens appartiennent au même groupe occupationnel, les différences de revenus sont de l'ordre de $1,265.91. Quant à l'influence jointe,

elle se situe à $549.53.

Comme dans les paragraphes précédents, nous terminons cette étude des écarts de revenus entre Britanniques et Italiens en standardisant à la fois pour le niveau d'éducation et la structure occupationnelle.

On constate que la différence à la fois dans le niveau d'éducation et la structure occupationnelle explique $1,555.87, soit 56.2% de l'écart entre les Britanniques et les Italiens. Par contre, même lorsque les Britanniques appartiennent à une même classe d'occupation et d'éducation que les Italiens, ils ont un revenu de $967.02 supérieur à ceux-ci.

A ces effets, on doit ajouter celui provenant de la différence entre le degré d'emploi des Britanniques et des Italiens. Une estimation grossière suivant la même méthode que pour les Français et les Britanniques établit l'influence du chômage à quelque $132., soit 4.7% de l'écart existant entre le revenu des Italiens et des Britanniques. Si on fait la somme des facteurs explicatifs, on trouve que les effets de structure "expliquent" $1904.84 de la disparité totale de revenu entre Italiens

occupation - éducation	$1555.87	56.2%
âge	$ 123.68	4.4%
industrie	$ 93.29	4.7%
chômage	$ 132.00	4.2%
	$1904.84	69.5%

et Britanniques, soit tout près de 70%. A cet égard, les Italiens semblent être dans un rapport très voisin des Français vis-à-vis le groupe britannique.

4. Français - Juifs

La différence entre le revenu des Juifs et des Français est d'environ $2,513. (1). Nous présentons au tableau ci-dessous l'influence respective des différents facteurs.

Tableau 8-12

Influence des divers facteurs sur les disparités de revenus entre Juifs et Français, Montréal 1961

Scolarité:			
	$\sum_i dY_{ie} N^F_{ie}$	:	$1794.34 (71.4%)
	$\sum_i dN_{ie} Y^F_{ie}$	:	$ 583.22 (23.2%)
	$\sum_i dY_{ie} dN_{ie}$	:	$ 135.71 (5.4%)
différence totale		:	$2513.
Age: *			
	$\sum_i dY_{ia} N^F_{ia}$	:	$2193.41 (87.5%)
	$\sum_i dN_{ia} Y^F_{ia}$	:	$ 181.75 (7.2%)
	$\sum_i dY_{ia} dN_{ia}$	:	$ 130.00 (5.2%)
différence totale non standardisée:			$2753.

(suite du tableau page suivante)

(1) Rappelons que le revenu de travail des Juifs est de $6,511. et celui des Français de $3,998. à Montréal, 1961.

suite du tableau 8-12...

Industrie:

$\sum_i dY_{it} N^F_{it}$	:	$2063.29	(82.1%)
$\sum_i dN_{it} Y^F_{it}$	:	$ 10.60	(0.4%)
$\sum_i dY_{it} dN_{it}$	:	$ 437.94	(17.5%)
différence totale	:	$2513.	

Occupation:

$\sum_i dY_{io} N^F_{io}$	:	$ 411.07	(16.4%)
$\sum_i dN_{io} Y^F_{io}$	:	$1217.83	(48.6%)
$\sum_i dY_{io} dN_{io}$	:	$ 878.83	(35.0%)
différence totale	:	$2508.	

Scolarité - Occupation:

$\sum_i dY_{ieo} N^F_{ieo}$	:	$ 393.27	(15.7%)
$\sum_i dN_{ieo} Y^F_{ieo}$		$1396.00	(55.6%)
$\sum_i dY_{ieo} dN_{ieo}$	:	$ 719.87	(28.79%)
différence totale	:	$2508.	

---

* Effets standardisés pour la différence entre les revenus totaux et les revenus de travail.

La différence de niveau d'éducation entre les Juifs et les Français compte pour 23.3%, soit $583.22 de leurs écarts de revenus. L'effet de structure est inférieur à l'effet de marché, car, pour un même niveau d'éducation, les Juifs obtiennent en moyenne $1794.34 de plus que les Français.(1) Quant à l'interaction, elle s'élève à $135.71.

(1) Dû en partie ou intégralement à une différence dans la distribution des Juifs et des Français par rapport aux catégories occupationnelles.

Les effets attribuables à l'âge et à la structure industrielle sont très limités, soit 7.2% et 0.4% respectivement.

En revanche, la structure occupationnelle joue un rôle important dans la détermination des écarts de revenus entre Juifs et Français. L'effet de la structure occupationnelle est de $1217.83, soit 48.6% de l'écart de revenus entre les deux groupes. D'ailleurs dans cette course aux revenus, les Français sont déclassés dès le départ: que 8.8% de leur main-d'oeuvre soit formée d'administrateurs contre 38.5% pour les Juifs, leur vaut un handicap de $2,000.! On peut dire que la haute concentration des Juifs dans deux catégories occupationnelles rémunératrices comme les administrateurs et les professionnels est une explication immédiate de leurs revenus plus élevés.

L'influence jointe de la structure et du revenu "explique" ensuite 35% de l'écart total. Le reste, soit 16.4%, vient de la différence de rémunération des Juifs et des Français à l'intérieur d'un même groupe occupationnel, ce qui n'est pas très élevé. En réalité, nous sommes en présence d'un phénomène d'interaction à son meilleur: les Français étant en position moins élevée, et sur le plan structurel et sur le plan "marché", notre algèbre étant

aussi ce qu'elle est, l'influence jointe fait prime.

Enfin, lorsqu'on envisage simultanément la structure occupationnelle et le niveau d'éducation, on constate que les effets de structure "expliquent" 55.6% de l'écart de revenus entre Juifs et Français. L'effet de marché se situe à 15.7%. Quant à l'influence jointe, elle est relativement importante, 28.7% de l'écart.

Enfin, nous avons évalué l'influence du degré d'emploi. On l'estime à $104., soit 4.1% de l'écart.

Si on fait la somme de l'influence des divers facteurs, on constate que l'effet de structure explique 67.3% de l'écart de revenu entre Juifs et Français (1).

5. Français - Italiens

La différence de revenu entre les Français et les Italiens est d'environ $862. (2). L'influence des divers facteurs apparaît au tableau ci-dessous.

---

(1) Encore une fois, mentionnons que le 67.1% est légèrement surestimé à cause de la présence de la collinéarité que nous n'avons pas totalement éliminée.

(2) Le revenu de travail des Italiens est de $3136. et celui des Français de $3998.

Tableau 8-13

Influence des divers facteurs sur les disparités de revenus entre Français et Italiens à Montréal, 1961

Scolarité

$\sum_i dY_{ie} N^I_{ie}$	:	$503.49	(58.4%)
$\sum_i dN_{ie} Y^I_{ie}$	:	$453.66	(52.6%)
$\sum_i dY_{ie} dN_{ie}$	:	-$ 94.74	-(11.0%)
différence totale	:	$862.	

Age*

$\sum_i dY_{ia} N^I_{ia}$	:	$856.72	(99.2%)
$\sum_i dN_{ia} Y^I_{ia}$	:	$ 25.89	(3.0%)
$\sum_i dY_{ia} dN_{ia}$	:	-$ 18.66	(-2.2%)

différence totale non standardisée: $864.

Industrie

$\sum_i dY_{it} N^I_{it}$	:	$797.99	(92.7%)
$\sum_i dN_{it} Y^I_{it}$	:	$ 67.34	(7.8%)
$\sum_i dY_{it} dN_{it}$	:	-$ 45.80	(-0.5%)
différence totale	:	$861.	

Occupation

$\sum_i dY_{io} N^I_{io}$	:	$481.55	(55.9%)
$\sum_i dN_{io} Y^I_{io}$	:	$337.02	(39.2%)
$\sum_i dY_{io} dN_{io}$	:	$ 42.25	(4.9%)
différence totale	:	$862.	

Scolarité - occupation

$\sum_i dY_{ieo} N^I_{ieo}$	:	$379.39	(44.2%)
$\sum_i dN_{ieo} Y^I_{ieo}$	:	$527.95	(61.5%)
$\sum_i dY_{ieo} dN_{ieo}$	:	-$ 48.88	(-5.7%)
différence totale	:	$863.	

* Les écarts du revenu total et du revenu de travail étant très semblables, nous n'avons pas pratiqué de standardisation.

Le rôle joué par les divers facteurs dans l'explication des différences de revenus entre les Français et les Italiens se rapproche de ce que nous avons observé jusqu'ici, sauf que d'une façon générale, les effets attribuables à l'influence jointe sont négatifs.

Ainsi, pour un même niveau d'éducation, les Italiens obtiennent $503.49 de moins que les Français, alors que l'effet de structure s'élève à $453.66 et l'influence jointe, à - $94.74.

Quant aux effets attribuables à l'âge et à la structure industrielle, tout comme dans les cas analysés précédemment, ils sont peu élevés, soit respectivement $25.90 et $67.34.

Les effets attribuables à la structure occupationnelle sont plus marqués. La différence dans le niveau occupationnel des Français et des Italiens explique $337.02 de l'écart de revenu entre ces deux groupes ethniques. D'autre part, les Italiens faisant partie des mêmes groupes occupationnels que les Français ont une rémunération qui, en général, s'élève à $481.55 de moins que celle des Français. L'influence jointe est de $42.25.

Enfin lorsqu'on envisage simultanément les effets attribuables à la structure occupationnelle et au niveau d'éducation, on constate que les différences de structure expliquent $527.95 de l'écart de revenu entre les Français et les Italiens. L'effet de marché est de $379.39.

La somme des effets de structure est donc la suivante:

scolarité - occupation	:	$527.95	61.5%
âge	:	$ 25.89	3.0%
industrie	:	$ 67.34	7.8%
		$621.18	72.3%

Mais il existe ici un phénomène particulier sur lequel nous voulons insister. L'influence jointe des divers facteurs est généralement négative. On sait que lorsque l'influence jointe est positive, les groupes situés au sommet de la hiérarchie sont défavorisés (1) par rapport à ceux des niveaux inférieurs. L'inverse se produit lorsque l'influence jointe est négative. Envisageons le cas des revenus classés selon les niveaux de scolarité. L'écart de revenu entre les Français et les Italiens de niveau élémentaire est de $600., alors qu'il est d'environ $350. au niveau supérieur.

On peut poser une hypothèse explicative. Les Italiens disposeraient d'une quantité considérable de main-d'oeuvre non spécialisée, ce qui aurait pour résultat de faire baisser leurs taux de rémunération aux niveaux inférieurs de qualification. Inversement on dirait que les Italiens ont une pénurie de travailleurs spécialisés qui fait monter le revenu de leurs classes supérieures par rapport aux Français. Ceci suppose une balkanisation

---

(1) Au moins en termes absolus.

du marché du travail, c'est-à-dire une ségrégation plus ou moins marquée des groupes ethniques. (Si la substitution inter-groupe était parfaite, l'abondance de travailleurs non-spécialisés italiens ferait baisser également les salaires des travailleurs nor spécialisés français).

6. Résumé

Au tableau 8-14 nous avons résumé les résultats de l'analyse précédente concernant tous les groupes ethniques. Les résultats sont groupés par facteur et ventilés par groupe ethnique. On constate que les effets structurels de l'âge et de l'industrie sont peu importants. Par contre, ceux de la scolarité et de la structure occupationnelle le sont. Il existe cependant de grandes variations entre les groupes ethniques. En particulier l'effet de structure de la scolarité défavorise le groupe juif par rapport au groupe britannique. Par contre, l'effet de structure des occupations favorise très nettement les Juifs.

Tableau 8-14

Profil de l'influence des divers facteurs par groupes ethniques

FACTEURS ET GROUPES ETHNIQUES	$\sum_i dY_{ij} N_{ij}$	$\sum_i dN_{ij} Y_{ij}$	$\sum_i dY_{ij} dN_{ij}$
	Effet de marché % (2)	Effet de structure % (3)	Influence jointe % (4)
1) SCOLARITE			
Britanniques & Français	51.1	33.0	15.9
Juifs & Français	71.4	23.2	5.4
Français & Italiens	58.4	52.6	-11.0
Britanniques & Italiens	47.4	42.0	10.6
Britanniques & Juifs	118.7	- 9.7	- 9.1
2) AGE			
Britanniques & Français	86.4	5.9	7.7
Juifs & Français	87.6	7.2	5.2
Français & Italiens	99.2	3.0	- 2.2
Britanniques & Italiens	87.6	4.4	8.0
Britanniques & Juifs	83.1	27.8	-10.9
3) INDUSTRIE (9groupes)			
Britanniques & Français	92.2	4.2	3.6
Juifs & Français	82.1	0.4	17.5
Français & Italiens	92.7	7.8	- 0.5
Britanniques & Italiens	93.7	3.4	2.9
Britanniques & Juifs	52.0	0.8	47.1
4) OCCUPATION			
Britanniques & Français	53.7	31.6	14.7
Juifs & Français	16.4	48.6	35.0
Français & Italiens	55.9	39.2	4.9
Britanniques & Italiens	45.9	34.2	19.9
Britanniques & Juifs	-87.8	200.0	-12.2
5) OCCUPATION - SCOLARITE			
Britanniques & Français	38.6	45.1	16.3
Juifs & Français	15.7	55.6	28.7
Français & Italiens	44.2	61.5	- 5.7
Britanniques & Italiens	35.0	56.2	8.8
Britanniques & Juifs	-66.5	141.6	24.9

Si les effets des facteurs particuliers varient beaucoup d'un groupe ethnique à un autre, les effets de tous les facteurs qui ont été retenus "expliquent" une proportion à peu près constante des écarts totaux de revenu.

Tableau 8-15

Proportion des écarts de revenu attribuable aux effets de structure*

Britanniques	et Français	69.4%
Juifs	et Français	67.3%
Français	et Italiens	72.3%
Britanniques	et Italiens	69.5%
Britanniques	et Juifs	plus de 100.0%

* Ces derniers calculs incluent l'effet d'emploi non compris dans le tableau précédent.

Cette observation est assez remarquable, car rien dans la méthode n'appelle une telle convergence. Nous sommes enclins à penser, puisque nous sommes sur le même marché de Montréal dans tous les cas, que des mécanismes régulateurs sont présents sous forme d'effet de marché qui compensent les différences structurelles inter-groupes.

Para. 3. : Ajustements par itération des effets des facteurs; calcul de l'interaction

Quand il s'agit d'estimer l'effet d'un facteur sur un autre, disons l'effet de la scolarité sur le revenu, il est important d'éliminer les effets apparents. Ainsi, l'écart de revenus entre deux groupes ethniques est dû en partie à la différence de scolarité des deux groupes. Cette constatation paraît triviale; mais la scolarité étant elle-même correliée avec la structure occupationnelle, le calcul de ses effets n'est pas immédiat; on ne peut les déduire par exemple des écarts observés entre les catégories de scolarité; l'effet apparent obtenu est différent de l'effet réel.

Du point de vue théorique, on a déjà relié ce problème à l'absence d'orthogonalité des facteurs. Nous avons aussi identifié, toujours du point de vue analytique, le biais provenant de cette absence d'orthogonalité ou, en d'autres mots, le biais provenant du déséquilibre des distributions.

Essentiellement le présent paragraphe donne le pendant statistique à ces analyses théoriques du paragraphe 1. A cette fin, nous avons recours à une méthode d'itération développée par W.L. Stevens (1) dont le détail est décrit à l'appendice VIII-4. Pour

(1) W.L. Stevens, "Statistical Analysis of a Non-orthogal Tri-factorial Experiment".

l'essentiel, cette méthode consiste à ajuster les écarts observés de revenus entre les classes d'un facteur explicatif par rapport aux autres facteurs retenus; ceci précisément élimine le biais dû à la différence de distribution dans les classes du critère envisagé par rapport aux autres critères.

Cette méthode nous permet d'évaluer séparément les effets des groupes ethniques, de la scolarité et de la structure occupationnelle.

Elle nous permet également d'évaluer l'interaction entre les groupes ethniques, l'éducation et les occupations.

a) Effets sur les revenus provenant de l'origine ethnique, des niveaux de scolarité et des occupations

Nous n'avons retenu pour cette itération que trois facteurs: origine ethnique, scolarité et occupations. L'utilisation de la méthode de Stevens donne les résultats qui apparaissent au tableau ci-dessous.

Une fois éliminés les facteurs d'occupation et de scolarité, il reste à l'origine ethnique française une influence nette qui se traduit par une différence de revenu de $932. par rapport au revenu des Britanniques. Autrement dit, à occupation et scolarité égales, les Français gagnent $932. de moins que les Britanniques. Par rapport aux résultats du paragraphe 2, et au différentiel brut de revenu ($1897.),

Tableau 8-16

Effets* de l'origine ethnique, de la scolarité et des groupes occupationnels sur les revenus, Montréal 1961, en dollars

Facteurs	Effets
Origine ethnique:	
Britanniques	963
Français	31
Autres groupes ethniques	0
Scolarité:	
Aucune	0
Elémentaire	540
Secondaire 1-2	800
Secondaire 3-5	1381
Université	3197
Groupes occupationnels:	
Administrateurs	4590
Professionnels et techniciens	2448
Employés de bureau	258
Vendeurs	1556
Travailleurs des services	403
Travailleurs des transp. & comm.	917
Ouvriers de métiers	1011
Manoeuvres	0
Agriculteurs et trav. agricoles	745
Autres travailleurs primaires	138
Non-classés	870

* Les effets s'obtiennent par la somme d'ajustements successifs. Ces ajustements diminuent après chaque cycle. En principe, on doit faire assez de cycles pour que les ajustements soient finalement nuls. Nous nous sommes cependant limités à quatre cycles. Un examen des chiffres indique qu'au grand maximum l'erreur qui en découle ne saurait dépasser $100. pour un effet.

on observe que l'origine ehtnique explique 49 % du différentiel. Par suite, les deux facteurs scolarité - occupations expliquent 51 % du différentiel. Le pourcentage trouvé au paragraphe 2 était de 45.1%. Il est plus élevé ici parce qu'il inclut l'interaction entre les facteurs. En réalité, grâce à la méthode présente, on a imputé à chacun des trois facteurs l'influence jointe du paragraphe 2 qui consiste dans l'interaction.

La différence de revenu de $932. entre les Français et les Britanniques, différence qui demeure après la standardisation de la scolarité et des occupations, s'explique par les autres facteurs de différentiation (l'âge, l'emploi et le reste) des groupes et par l'origine ethnique elle-même (1)

Les résultats du tableau 8.16 pour la scolarité et

---

(1) Ajustons l'écart de $932. pour tenir compte de la différence dans les pyramides d'âge, les structures industrielles et le degré d'emploi que nous n'avons pas retenus dans l'itération. En supposant que la collinéarité entre ces trois facteurs, d'une part, et les facteurs retenus dans le présent modèle soient faibles, on peut évaluer l'importance de ces trois facteurs à $475. Il resterait pour l'origine ethnique une influence de quelque $460. Cette somme est inférieure à ce que nous avons obtenu au paragraphe 2. Toutefois les deux résultats sont facilement conciliables. Après avoir pris en compte les effets de structure nets des influences jointes, calculées séparément, on peut attribuer à l'appartenance ethnique française un effet de $568. Mais la somme de $460. que l'on trouve ici est un résidu obtenu par la soustraction de l'écart de tous les effets des facteurs y compris l'interaction incluse implicitement dans les effets des facteurs. Ce qui signifie qu'avant de faire la comparaison, il faudrait ajouter à la somme de $460. les effets de l'interaction. Il est raisonnable de penser que le chiffre serait alors très voisin de $568.

l'occupation s'interprètent de la même façon. L'augmentation des revenus qui est associée à l'augmentation de la scolarité est une augmentation dont on a éliminé ce qui pouvait être imputable à l'occupation et à l'origine ethnique (par suite de la colinéarité qui existe entre les trois facteurs). C'est donc un effet de scolarité net. Enfin, l'augmentation de revenus qui est associée aux occupations "supérieures" est une augmentation dont on a éliminé l'influence indirecte de la scolarité et de l'origine ethnique. C'est un effet d'occupation net.

b) Effets attribuables à chaque niveau de scolarité par groupes ethniques; interaction

On peut disposer les variables différemment et tirer des calculs précédents un effet de scolarité dont on élimine seulement l'effet d'occupation (plutôt que l'occupation et l'origine ethnique). L'intérêt de cette disposition est de pouvoir comparer cet effet de scolarité entre chacun des groupes ethniques retenus (Français, Britanniques et Autres). Elle permet aussi de mesurer l'interaction qui existe entre l'origine ethnique et la scolarité.

Examinons en premier lieu dans quelle mesure les écarts de revenus entre Britanniques et Français (pour les mêmes niveaux de scolarité) sont affectés quand on passe des effets observés de la scolarité aux effets corrigés pour éliminer l'influence de la structure occupationnelle. Au niveau universitaire, on passe de

Tableau 8-17

Effets nets*de scolarité sur les revenus, par groupe ethnique
Montréal 1961, en dollars

scolarité / groupes ethniques	Aucune	Elém.	Sec. 1-2	Sec. 3-5	Univ.
Français	0	619	849	1157	2811
	(0)	(854)	(1255)	(1919)	(4465)
Britanniques	0	526	728	1639	3834
	(0)	(938)	(1336)	(2860)	(5836)
Autres	0	409	817	1601	2751
	(0)	(476)	(1310)	(2558)	(4345)

*Effets nets: effet de scolarité corrigé pour éliminer l'influence de la structure occupationnelle.

Note : Les chiffres entre parenthèses sont les écarts observés de revenus par rapport à la catégorie aucune scolarité

$1371. (soit $5836. - 4465.) à $1023 (soit $3834. - 2811.); au niveau secondaire 3-5, on passe de $941. à $482. Aux deux niveaux inférieurs de scolarité, quand on élimine l'avantage britannique dans les occupations, on voit que l'augmentation de revenu (par rapport à la catégorie aucune scolarité) est maintenant plus élevée chez les Français que chez les Britanniques ($619. et $526. respectivement). Il est donc évident que l'effet observé de la

scolarité sur les revenus recouvrait en réalité un important effet occupationnel. D'où l'importance qu'il y avait à distinguer ces deux effets. En termes mathématiques, cet aspect de l'opération a consisté à éliminer l'effet de la collinéarité qui existe entre les occupations et la scolarité.

Observons maintenant, en second lieu, que des différences de revenus persistent, à scolarité égale, entre les groupes ethniques. De plus ces différences varient d'un niveau de scolarité à l'autre. Le fait que la scolarité n'entraîne pas les mêmes augmentations de revenu d'un groupe ethnique à un autre montre que l'origine ethnique (ou les autres facteurs que recouvre l'origine ethnique) exerce une influence sur les revenus que procure une scolarité plus élevée. L'association qui existe entre l'origine ethnique et la scolarite, dans l'explication des revenus, peut être désignée d'interaction (1). Dans d'autres

(1) C'est une analyse ordinaire de la variance qui devrait normalement nous donner l'interaction. Mais la carence des statistiques quant aux observations individuelles ne nous permet pas de faire cette analyse. Mais en fin de compte, il s'avère que notre façon de procéder est plus utile qu'une analyse de la variance. Cette analyse sert surtout à tester la signification des écarts ou des effets. Or ici le problème est bien plus d'évaluer ces effets que d'en chercher les seuils de signification. Et même si on disposait de statistiques nécessaires à l'analyse de la variance, il faudrait encore utiliser la méthode de Stevens pour satisfaire aux exigences d'orthogonalité.

Néanmoins, étant donné la disposition de notre statistique, quiconque veut en tester les résultats pourrait procéder comme suit. (voir fin de la note page suivante)

Tableau 8-18

Différences de revenus entre les groupes ethniques suivant les niveaux de scolarité

scolarité / groupes ethniques	Aucune	Elém.	Sec. 1-2	Sec. 3-5	Univ.
Effet net de la scolarité sur le revenu des Britanniques	0	+526	+728	+1639	+3834
Ecart des Français p/r à l'effet Britannique	0	+ 93	+121	- 482	-1023
Ecart des "Autres" à cet effet	0	-117	+ 89	- 38	-1083

Source: tiré du tableau 8-17

Suite de la note de la page précédente:

Sous une forme générale, cette approche à l'étude de l'interaction se présente comme suit:

$$y_g = \alpha_g + \beta_g x_g + \varepsilon_g$$

où y est le revenu et x la scolarité. Les revenus doivent être standardisés pour éliminer les effets des occupations. On peut aisément obtenir de tels revenus en tirant d'abord directement des statistiques le revenu de scolarité "aucune"; le revenu standardisé pour le niveau élémentaire s'obtient en additionnant à la scolarité "aucune" l'effet de la scolarité élémentaire du tableau 8-18 et ainsi de suite pour les autres classes. Il existe une équation pour chaque groupe ethnique g. L'effet proprement dit de l'appartenance d'un groupe ethnique est représenté par α_g; s'il existe de l'interaction, β_g est différent dans chaque équation. On voit que pour tester la signification statistique de l'interaction, il suffirait de faire une épreuve statistique sur la différence des β_g. Vu le nombre limité des observations, nous n'avons pas fait cette épreuve.

parties de l'étude, nous avons établi à plusieurs reprises des séries de revenus, par groupes ethniques, en fonction des niveaux de scolarité (tableaux 6-7 à 6-13). A part certains détails négligeables, ces séries illustrent le même phénomène d'interaction que celui-ci (tableau 8-18). La différence essentielle tient au fait que cette fois l'effet de scolarité exclut l'influence indirecte de l'occupation.

c) Effets attribuables à chaque catégorie occupationnelle, par groupes ethniques; interaction

Nous avons enfin calculé, selon la méthode, un effet net d'occupation sur les revenus, i.e. un effet d'occupation corrigé pour les différences de scolarité. Pour des occupations semblables (standardisées pour la scolarité), les revenus des Britanniques sont toujours supérieurs à ceux des Français. Le tableau 8-19 donne les écarts calculés au revenu des manoeuvres pour les Français, les Britanniques et les autres. Les chiffres entre parenthèses donnent les écarts observés. La différence entre les deux est le biais dû à la différence de distribution des unités des catégories occupationnelles - groupes ethniques par rapport à la scolarité. Comme on devait s'y attendre, on remarque que c'est pour les professionnels et les techniciens que la différence entre l'effet calculé et l'effet observé est

Tableau 8-19

Effets des occupations sur les revenus
(corrigés pour les niveaux de scolarité) par groupe ethnique
région métropolitaine de Montréal, 1961 ($)

Occupations	Groupe ethnique		
	Français	Britanniques	Autres
Administrateurs	3308 (4230)	6234 (7474)	4749 (5986)
Professions libérales et techniciens	1780 (3881)	3193 (5143)	1579 (4076)
Vendeurs	1110 (1845)	2223 (3124)	1614 (2677)
Travailleurs des transports et communications	789 (905)	1935 (2131)	642 (1044)
Ouvriers de métier	987 (1120)	1674 (1766)	695 (988)
Travailleurs des services	490 (713)	824 (1037)	- 88 (200)
Employés de bureau	175 (895)	536 (1107)	- 315 (808)
Non-déclarées	541 (1125)	845 (2360)	759 (1336)
Manoeuvres	0 (0)	0 (0)	0 (0)
Travailleurs agricoles (hors de l'agriculture)	296 (697)	-1241 (-1390)	2968 (3132)
Autres primaires	-189 (-105)	- 5 (188)	115 (-47)

( ) écarts observés, tirés du tableau

la plus élevée. Comme la différence entre ces deux effets équivaut à l'effet de la scolarité, on peut dire que c'est dans cette catégorie occupationnelle que les effets de la scolarité sont les plus élevés. De plus, cette différence entre l'effet calculé et l'écart observé est plus élevée chez les Français que chez les Britanniques. Ceci signifie que si les revenus des Français se rapprochaient de celui des Britanniques dans cette catégorie d'occupations, c'est davantage à cause d'une scolarité relativement favorable des Français.

Tableau 8-20

Différences de revenus entre les groupes ethniques suivant certaines occupations, en dollars

Occupations	Effet net des occupations sur le revenu des Brit.	Ecart des Français p/r à l'effet Britannique	Ecart des Autres à cet effet
Manoeuvres	0		
Non-déclarées	845	- 304	- 86
Employés de bureau	536	- 361	- 851
Travailleurs des services	824	- 334	- 912
Ouvriers de métier	1674	- 687	- 979
Travailleurs des transports et communications	1935	-1146	-1293
Vendeurs	2223	-1113	- 609
Professionnels et techniciens	3193	-1413	-1614
Administrateurs	6234	-2826	-1485

Source: tableau 8-19

On observe que même à scolarité égale dans chaque occupation, le revenu des Français est inférieur à celui des Britanniques. Ce fait avait d'ailleurs été déjà établi au chapitre VII, section . Et plus on monte dans l'échelle des occupations, plus le désavantage des Français s'accentue. Il suit qu'il existe également pour les occupations comme pour la scolarité en (b) ci-dessus, un phénomène d'interaction entre l'origine ethnique et la structure occupationnelle (1).

---

(1) Voir en outre l'appendice VIII-4, 2ième partie.

Appendice VIII-1

Orthogonalité et estimation des effets

par la méthode des moindres carrés

Le modèle utilisé est un modèle linéaire de la forme:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

où $i = 1, 2, \ldots, a$

$j = 1, 2, \ldots, b$

$k = 1, 2, \ldots, n_{ij}$ et $E(\varepsilon_{ijk}) = 0$

Posons: $\sum_i \sum_j n_{ij} = n_{..}$, $\sum_i n_{ij} = n_{.j}$, $\sum_j n_{ij} = n_{i.}$

$\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk} = y_{...}$, etc.

On a:

$$y_{...} = n_{..}\mu + \sum_i n_{i.}\alpha_i + \sum_j n_{.j}\beta_j + \sum_i \sum_j n_{ij}(\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{...}$$

$$\bar{y}_{...} = \frac{y_{...}}{n_{..}} = \mu + \sum_i \frac{n_{i.}}{n_{..}}\alpha_i + \frac{\sum_j n_{.j}\beta_j}{n_{..}} + \frac{\sum_i \sum_j n_{ij}(\alpha\beta)_{ij}}{n_{..}} + \bar{\varepsilon}_{..}$$

$$y_{i..} = n_{i.}\mu + n_{i.}\alpha_i + \sum_j n_{ij}\beta_j + \sum_j n_{ij}(\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{i..}$$

$$\bar{y}_{i..} = \mu + \alpha_i + \frac{\sum_j n_{ij}\beta_j}{n_{i.}} + \frac{\sum_j n_{ij}(\alpha\beta)_{ij}}{n_{i.}} + \bar{\varepsilon}_{i..}$$

Donc,

$$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} = \left(\alpha_i - \sum_k \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k\right) + \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{.j}}{n_{..}}\right) \beta_j +$$

$$\left(\frac{\sum_j n_{ij}(\alpha\beta)_{ij}}{n_{i.}} - \frac{\sum_i \sum_j n_{ij}(\alpha\beta)_{ij}}{n_{..}}\right) + (\bar{\varepsilon}_{i..} - \bar{\varepsilon}_{...})$$

Supposons que le modèle ne contienne pas d'interaction:

$$(\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, a \quad , \quad j = 1, 2, \ldots, b$$

Alors,

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$$

et $$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} = \left(\alpha_i - \sum_k \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k\right) + \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{.j}}{n_{..}}\right) \beta_j + (\bar{\varepsilon}_{i..} - \bar{\varepsilon}_{...})$$

L'effet dû à la modalité i du critère α est mesuré par l'expression

$$\alpha_i - \sum_k \frac{n_{k..}}{n_{..}} \alpha_k$$

Le biais introduit en utilisant $\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$ comme estimé de cet effet est donc:

$$\sum_j \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{.j}}{n_{..}}\right) \beta_j$$

Ce biais sera nul si $\frac{n_{ij}}{n_{i\cdot}} - \frac{n_{\cdot j}}{n_{\cdot\cdot}} = 0$ pour tout i et j

C'est-à-dire, si $n_{ij} = \frac{n_{i\cdot}\, n_{\cdot j}}{n_{\cdot\cdot}}$

On dit alors que les effets α et β sont orthogonaux.

Démontrons que dans le cas de l'orthogonalité des effets et de l'absence d'interaction, $\bar{y}_{i\cdot\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot\cdot}$ est l'estimé de $\alpha_i - \sum_k \frac{n_{k\cdot}}{n_{\cdot\cdot}} \alpha_k$ obtenu par la méthode des moindres carrés.

On cherche des nombres m, a_i, b_j, i = 1, 2, ..., a,

y = 1, 2, ..., tels que

$$F = \sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - m - a_i - b_j)^2 \text{ soit minimum.}$$

Ces nombres doivent vérifier les équations suivantes dites équations normales

$$n_{\cdot\cdot}\, m + \sum_{i=1}^{a} n_{i\cdot}\, a_i + \sum_{j=1}^{b} n_{\cdot j}\, b_j = y_{\cdot\cdot\cdot} \qquad (1)$$

$$n_{i\cdot}\, m + n_{i\cdot}\, a_i + \sum_{l=1}^{b} n_{il}\, b_l = y_{i\cdot\cdot} \qquad (2)$$

$i = 1, 2, \ldots, a$

$$n_{\cdot j}\, m + \sum_{i=1}^{a} n_{ij}\, a_i + n_{\cdot j}\, b_j = y_{\cdot j\cdot} \qquad (3)$$

$j = 1, 2, \ldots, b$

Ces équations sont obtenues en prenant les dérivées partielles de F

par rapport à m, a_i et b_j.

Ce système de (1 + a + b) équations à (1 + a + b) inconnues est indéterminé; il a une infinité de solutions. En ajoutant deux équations, on obtiendra une solution particulière du système.

Ajoutons les équations:

$$\sum_{i=1}^{a} n_{i.}\, a_i = 0 \qquad \text{et} \qquad \sum_{j=1}^{b} n_{.j}\, b_j = 0$$

Alors, on déduit de l'équation (1) :

$$m = \frac{y_{...}}{n_{..}} = \bar{y}_{...}$$

Dans les équations (2), l'expression $\sum_{l=1}^{b} n_{il}\, b_l$ est nulle.

En effet, $n_{il} = \dfrac{n_{i.}\, n_{.l}}{n_{..}}$ (orthogonalité)

Donc, $$\sum_{l=1}^{b} n_{il}\, b_l = \sum_{l=1}^{b} \frac{n_{i.}\, n_{.l}}{n_{..}}\, b_l = \frac{n_{i.}}{n_{..}} \sum_{l=1}^{b} n_{.l}\, b_l$$

et $$\sum_{l=1}^{b} n_{.l}\, b_l = 0$$

Donc, les équations (2) se réduisent à:

$$n_{i.}\, m + n_{i.}\, a_i = y_{i..}$$

ou $$a_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$$

De même, $b_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}$

Considérons une fonction linéaire des paramètres μ, α_1, α_2, ..., α_a, β_1, β_2, ..., β_b.

$$l\mu + r_1 \alpha_1 + \ldots r_a \alpha_a + s_1 \beta_1 + \ldots + s_b \beta_b$$

Une telle fonction est dite identifiable s'il existe une fonction linéaire des observations $\sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} y_{ijk}$ dont l'espérance mathématique est $l\mu + r_1\alpha_1 + \ldots + r_a\alpha_a + s_1\beta_1 + \ldots + s_b\beta_b$

Un théorème de la théorie des modèles linéaires dit que si une fonction linéaire des paramètres est identifiable, le meilleur estimateur non-biaisé (meilleur au sens de "variance minimum") de cette fonction est obtenu en remplaçant les paramètres dans cette fonction par les solutions correspondantes des équations normales.

Par exemple, si la fonction $\alpha_i - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k$ est identifiable, le meilleur estimateur linéaire de cette fonction s'obtient en remplaçant α_1, α_2, ..., α_a par les solutions a_1, a_2, ..., a_a des équations normales. Il est évident que la fonction $\alpha_i - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k$ est identifiable car nous

nous avons vu que:

$$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} = (\alpha_i - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k) + \bar{\varepsilon}_{i..} - \bar{\varepsilon}_{...}$$

et les espérances mathématiques de $\bar{\varepsilon}_{i..}$ et $\bar{\varepsilon}_{...}$ sont nulles.

Donc, le meilleur estimateur linéaire de $\alpha_i - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k$

est $a_i - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} a_k$

Nous avons trouvé: $a_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$

Donc,

$$\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} (\bar{y}_{k..} - \bar{y}_{...})$$

est le meilleur estimateur linéaire non-biaisé de $\alpha_i - \sum_{k} \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k$

Mais $\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{...} - \sum_{k=1}^{a} \frac{n_{k.}}{n_{..}} (\bar{y}_{k..} - \bar{y}_{...}) = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$

Donc $\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{...}$ est le meilleur estimateur linéaire non-biaisé de

$\alpha_i - \sum \frac{n_{k.}}{n_{..}} \alpha_k$ et c'est l'estimateur obtenu par la méthode des

moindres carrés.

Appendice VIII-2

Orthogonalité des effets

En notation matricielle, le modèle

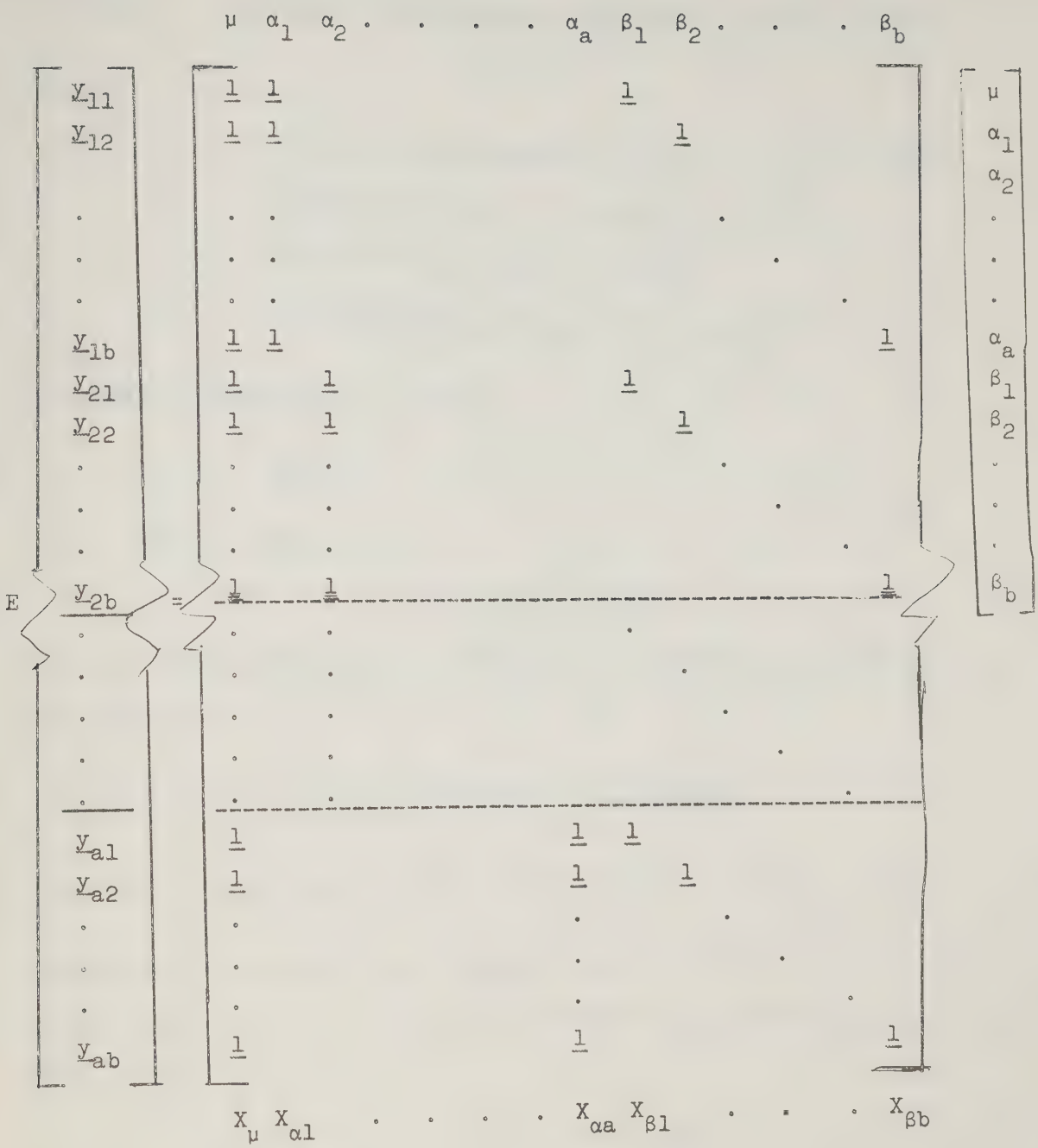
$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, 2, \ldots, a$$

$$j = 1, 2, \ldots, b$$

$$k = 1, 2, \ldots, n_{ij}$$

s'écrit en posant $\underline{y}_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \ldots, y_{ij\, n_{ij}})'$


μ α1 α2 . . . . αa β1 β2 . . . βb
y11
y12
y1b
y21
y22
y2b
E
ya1
ya2
yab
μ
α1
α2
αa
β1
β2
βb
Xμ Xα1 . . . . Xαa Xβ1 . . . Xβb

Le symbole "$\underline{1}$" représente un vecteur dont toutes les composantes sont le nombre 1. Le nombre de composantes varie d'un vecteur à l'autre.

Soient

X , la matrice rectangulaire $[n.. \times (a + b + 1)]$

$\underline{p}$, le vecteur $(\mu, \alpha_1, \ldots, \alpha_a, \beta_1, \ldots, \beta_b)'$

$\underline{y}$, le vecteur $(\underline{y}'_{11}, \underline{y}'_{12}, \ldots, \underline{y}'_{ab})'$

$\underline{\varepsilon}$, le vecteur $(\varepsilon_{111}, \varepsilon_{112}, \ldots, \varepsilon_{ab\, n_{ab}})'$

Le modèle ci-dessus peut s'écrire:

$$\underline{y} = X\underline{p} + \underline{\varepsilon}$$

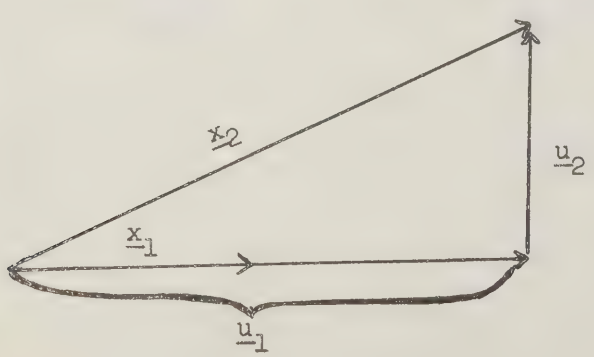
ou $$E(\underline{y}) = X\underline{p}$$

Nous sommes particulièrement intéressés aux différents vecteurs colonnes de la matrice X.

Rappelons d'abord quelques définitions et propriétés.

Deux vecteurs $\underline{x}_1$ et $\underline{x}_2$ sont dits "orthogonaux" si $\underline{x}'_1 \cdot \underline{x}_2 = 0$

Etant donné deux vecteurs $\underline{x}_1$ et $\underline{x}_2$, il existe un seul vecteur $\underline{u}_1$, colinéaire à $\underline{x}_1$ et un seul vecteur $\underline{u}_2$ orthogonal à $\underline{x}_1$ tels que $\underline{x}_2 = \underline{u}_1 + \underline{u}_2$ (voir figure)



$\underline{u}_1$ est la projection orthogonale de $\underline{x}_2$ sur $\underline{x}_1$

$\underline{u}_2$ est la composante de $\underline{x}_2$ orthogonale à $\underline{x}_1$

Ces vecteurs sont:

$$\underline{u}_1 = \frac{(\underline{x}_1' \underline{x}_2)}{(\underline{x}_1' \cdot \underline{x}_1)} \underline{x}_1 \quad \text{et} \quad \underline{u}_2 = \underline{x}_2 - \underline{u}_1$$

En effet, $\underline{u}_1$ est collinéaire à $\underline{x}_1$

D'autre part,

$$\underline{x}_1' \cdot \underline{u}_2 = \underline{x}_1' (\underline{x}_2 - \underline{u}_1) = \underline{x}_1' \underline{x}_2 - \frac{(\underline{x}_1' \cdot \underline{x}_2)}{(\underline{x}_1' \cdot \underline{x}_1)} \underline{x}_1' \cdot \underline{x}_1 = 0$$

Donc, $\underline{u}_2$ est orthogonal à $\underline{x}_1$

Considérons maintenant les vecteurs $\underline{X}_\mu$, $\underline{X}_{\alpha_1}$, ..., $\underline{X}_{\alpha_a}$, $\underline{X}_{\beta_1}$, ..., $\underline{X}_{\beta_b}$ respectivement premier, deuxième, ... et dernier vecteur colonne de la matrice X (en comptant de la gauche vers la droite).

Soustrayons de chaque vecteur $\underline{X}_{\alpha_i}$ et $\underline{X}_{\beta_j}$ sa projection orthogonale sur le vecteur $\underline{X}_\mu$

On obtient les vecteurs

$$\underline{X}_{\alpha_i} - \left(\frac{\underline{X}_{\alpha_i}' \cdot \underline{X}_\mu}{\underline{X}_\mu' \cdot \underline{X}_\mu} \right) \underline{X}_\mu \quad , \qquad i = 1, 2, \ldots, a$$

$$\underline{X}_{\beta_j} - \left(\frac{\underline{X}_{\beta_j}' \cdot \underline{X}_\mu}{\underline{X}_\mu' \cdot \underline{X}_\mu} \right) \underline{X}_\mu \quad , \qquad j = 1, 2, \ldots, b$$

On vérifie facilement que:

$$\frac{\underline{X}'_{\alpha_i} \cdot \underline{X}_\mu}{\underline{X}'_\mu \cdot \underline{X}_\mu} = \frac{n_{i.}}{n..} \quad \text{et} \quad \frac{\underline{X}'_{\beta_j} \cdot \underline{X}_\mu}{\underline{X}'_\mu \cdot \underline{X}_\mu} = \frac{n_{.j}}{n..}$$

Donc, les vecteurs ci-dessus sont:

$$\underline{X}_{\alpha_i} - \frac{n_{i.}}{n..} \underline{X}_\mu \quad \text{et} \quad \underline{X}_{\beta_j} - \frac{n_{.j}}{n..} \underline{X}_\mu$$

Effectuons les produits scalaires de ces vecteurs

$$\left(\underline{X}_{\alpha_i} - \frac{n_{i.}}{n..} \underline{X}_\mu\right)' \left(\underline{X}_{\beta_j} - \frac{n_{.j}}{n..} \underline{X}_\mu\right) =$$

$$\underline{X}'_{\alpha_i} \cdot \underline{X}_{\beta_j} - \frac{n_{i.}}{n..} \underline{X}'_\mu \underline{X}_{\beta_j} - \frac{n_{.j}}{n..} \underline{X}'_{\alpha_i} \cdot \underline{X}_\mu + \frac{n_{i.}\, n_{.j}}{(n..)^2} \underline{X}'_\mu \underline{X}_\mu$$

$$n_{ij} - \frac{n_{i.}}{n..} \times n_{.j} - \frac{n_{.j}}{n..} \times n_{i.} + \frac{n_{i.}\, n_{.j}}{(n..)^2} \times n..$$

On obtient, après simplification:

$$n_{ij} - \frac{n_{i.}\, n_{.j}}{n..}$$

Les vecteurs $\underline{X}_{\alpha_i} - \frac{n_{i.}}{n..} \underline{X}_\mu$ et $\underline{X}_{\beta_j} - \frac{n_{.j}}{n..} \underline{X}_\mu$

seront orthogonaux si et seulement si:

$$n_{ij} = \frac{n_{i.}\, n_{.j}}{n..}$$

Cette propriété tire son importance des considérations suivantes:

(Dans ce qui suit, les vecteurs considérés ont tous le même nombre n de composantes.)

D'abord, définissons ce qu'on appelle "espace vectoriel engendré par les vecteurs $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p$": c'est l'ensemble de tous les vecteurs de la forme $\lambda_1\underline{x}_1 + \lambda_2\underline{x}_2 + \ldots + \lambda_p \underline{x}_p$ où $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ sont des nombres réels quelconques.

Un vecteur $\underline{x}$ est dit orthogonal à l'espace vectoriel engendré par les vecteurs $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p$ s'il est orthogonal à chacun des vecteurs de cet espace. Pour que cette propriété soit satisfaite, il suffit qu'il soit orthogonal aux vecteurs $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p$ qui engendrent l'espace.

Etant donné un vecteur $\underline{x}$, on peut toujours le décomposer en un vecteur qui appartient à l'espace vectoriel engendré par les vecteurs $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p$ et un vecteur orthogonal à cet espace vectoriel.

Nous représenterons l'espace vectoriel engendré par les vecteurs $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p$ par la notation $V(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p)$

Quel que soit le vecteur $\underline{x}$, on peut écrire:

$$\underline{x} = \underline{u}_1 + \underline{u}_2$$

où $\underline{u}_1 \in V(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p)$ et $\underline{u}_2$ est orthogonal à $V(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p)$

$\underline{u}_1$ est la projection orthogonale de $\underline{x}$ sur $V(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_p)$

Si la condition $n_{ij} = \frac{n_{i.}\, n_{.j}}{n_{..}}$ est satisfaite, les espaces vectoriels engendrés respectivement par les vecteurs

$$\underline{X}_{\alpha_i} = \frac{n_{i.}}{n_{..}} \underline{X}_\mu \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, a$$

et

$$\underline{X}_{\beta_j} = \frac{n_{.j}}{n_{..}} \underline{X}_\mu \quad , \quad j = 1, 2, \ldots, b$$

sont orthogonaux.

Soient V_2 et V_3 ces espaces et soit V_1 l'espace vectoriel engendré par le vecteur $\underline{X}_\mu$.

V_1, V_2 et V_3 sont des espaces vectoriels deux à deux orthogonaux.

Si on projette le vecteur $\underline{y}$, vecteur des observations, respectivement sur V_1, V_2 et V_3, on obtient trois secteurs $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$ et $\underline{v}_3$.

A cause de l'orthogonalité des espaces V_1, V_2 et V_3, le carré de la longueur de y (c'est-à-dire la somme des carrés de ses composantes), est égal à la somme des carrés des longueurs de $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$ et $\underline{v}_3$ plus le carré de la longueur du vecteur des erreurs $\underline{e}$.

$$\underline{y}' \underline{y} = \underline{v}_1' \underline{v}_1 + \underline{v}_2' \underline{v}_2 + \underline{v}_3' \underline{v}_3 + \underline{e}' \underline{e}.$$

Nous n'aurions pas ce résultat si les espaces n'étaient pas orthogonaux.

Les nombres $\underline{v}_2' \underline{v}_2$ et $\underline{v}_3' \underline{v}_3$ sont respectivement la somme des carrés due à l'effet α et la somme des carrés due à l'effet β. Ces sommes de carrés interviennent en analyse de la variance; en particulier, les tests d'hypothèses sont grandement simplifiés lorsque ces sommes sont orthogonales, c'est-à-dire lorsque les espaces vectoriels sur lesquels on projette le vecteur $\underline{y}$ sont orthogonaux.

Ces quelques considérations avaient pour but d'indiquer d'une manière très succincte les raisons pour lesquelles l'orthogonalité est une propriété désirable dans les modèles linéaires.

Appendice VIII-3

Décomposition de l'influence d'une variable en effet direct et influence jointe

Y, revenu moyen d'un groupe ethnique et X, revenu standardisé de ce groupe, sont des variables aléatoires.

S'il existait une relation fonctionnelle linéaire stricte entre X et Y, c'est-à-dire une relation de la forme $Y = \alpha + \beta X$, on pourrait écrire, en numérotant les groupes ethniques 1, 2, ..., n:

$$Y_1 = \alpha + \beta X_1, \ldots, Y_n = \alpha + \beta X_n$$

Posons:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}, \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$y_i = Y_i - \bar{Y} \quad \text{et} \quad x_i = X_i - \bar{X}$$

Alors,

$$\bar{Y} = \alpha + \beta\bar{X}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^{n} (\alpha + \beta X_i - \alpha - \beta\bar{X})^2$$

$$= \beta^2 \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

ou

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = \beta^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

Enfin,

$$\left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = \frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} = (0.613)^2 = 0.376$$

Cependant, les paramètres α et β ne sont pas connus; soient a et b leurs estimés obtenus par la méthode des moindres carrés.

$$Y_i = a + bX_i + e_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

où e_i est "l'erreur".

$$\bar{Y} = a + b\bar{X} + \bar{e} \qquad \text{où} \quad \bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n} = 0$$

$$\bar{Y} = a + b\bar{X}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[b\,(X_i - \bar{X}) + e_i \right]^2$$

$$= b^2 \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

$$\sum y_i^2 = \underbrace{b^2 \sum x_i^2}_{\uparrow} + \underbrace{\sum e_i^2}_{\uparrow}$$

$$100\% = \quad 93.7\% \quad + \quad 6.3\%$$

Les calculs ont partagé la somme totale des carrés dans les proportions indiquées:

$b^2 \sum x_i^2$ = somme des carrés due à la régression

$\sum e_i^2$ = somme des carrés due à l'erreur

$\sum y_i^2$ = somme totale des carrés

Les calculs ont donné:

$$b = \frac{1}{0.613} \quad \text{et} \quad \frac{1}{b^2} = 0.376$$

Donc,

$$\frac{b^2 \sum x_i^2}{\sum y_i^2} = 0.937 = r^2 \text{ (voir plus bas)}$$

Finalement,

$$\frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} = 0.937 \cdot \frac{1}{b^2} = 0.937 \cdot 37.6\% = 35.2\%$$

Par définition, le coefficient de détermination est le carré de la corrélation entre X et Y.

$$r^2 = \frac{(\sum x_i . y_i)^2}{\sum x_i^2 \sum y_i^2} \qquad b = \frac{\sum x_i . y_i}{\sum x_i^2}$$

$$r^2 = \frac{(\sum x_i y_i)^2}{(\sum x_i^2)^2} \cdot \frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} = b^2 \frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} = 0.937$$

$$\sum y_i^2 = b^2 \sum x_i^2 + \sum e_i^2$$

$$= \underset{35.2\%}{\sum x_i^2} + \underbrace{(b^2 \sum x_i^2 - \sum x_i^2)}_{58.5\%} + \underset{6.3\%}{\sum e_i^2}$$

Appendice VIII-4

Méthode d'ajustement par itération des effets des facteurs

Note sur l'interaction

Première partie

La méthode d'ajustement

D'abord on classe les unités. Cette classification des unités (et non des revenus) est faite comme suit: 1) les groupes ethniques F, B et A sont différenciés successivement par niveaux de scolarité et par groupes occupationnels; 2) la scolarité est différenciée successivement par catégories occupationnelles et par groupes ethniques; et enfin 3) les catégories occupationnelles sont différenciées successivement par groupes ethniques et par niveaux de scolarité (voir les classifications ci-dessous).

Il faut disposer en outre de la masse des revenus de chacun des groupes ethniques, de chacune des catégories occupationnelles et de chacun des niveaux de scolarité, ainsi que les moyennes correspondantes.

Pour les groupes ethniques à Montréal, 1961:

Masse des revenus (sous-totaux en millions)		moyennes	redressements
Français	$1326.	$3998.	$1897.
Britanniques	$ 583.	$5895.	0
"Autres"	$ 507.	$4501.	$1394.

Ceci étant, on procède comme suit:

1) On calcule le redressement de revenu pour les groupes ethniques de façon à les rendre égaux à l'un d'entre eux choisi pour base. Par exemple: quel montant faut-il ajouter au revenu des Français pour qu'il soit égal à celui des Britanniques?

2) On ajuste les sous-totaux de chaque groupe ethnique du montant du redressement moyen multiplié par le nombre de Français ou le nombre des "Autres". Cette opération donne les nouveaux sous-totaux qui servent de point de départ au second stade de l'itération.

3) On continue les ajustements à partir de la classification I:

i) chacun des sous-totaux de revenus correspondant à chaque niveau de scolarité est ajusté: au premier niveau de scolarité il y a 585 Français, 110 Britanniques et 1150 "Autres"; le sous-total correspondant à la masse des revenus pour ce niveau de scolarité est donc:

sous-total + (585 x $1897.) + (110 x 0) + (1150 x $1394.).

Et ainsi de suite pour les autres niveaux de scolarité.

Classification des unités I

groupes ethniques	Total	Scolarité	Groupes occupationnels
		I, II, ... V	1, 2, ... 11
F B A		n_{ij}	n_{ij}

Classification des unités II

scolarité	Total	Groupes occupationnels	Groupes ethniques
		1 2 11	F B A
I II . . . V		n_{ij}	n_{ij}

Classification des unités III

groupes occupationnels	Total	groupes ethniques	scolarité
		A B C	I II . . . V
1 2 11		n_{ij}	n_{ij}

ii) On fait les mêmes ajustements des sous-totaux de revenus de chacun des groupes occupationnels.

Dans ce premier stade, nous avons calculé le redressement dû aux différences ethniques et les ajustements des sous-totaux des groupes ethniques, des groupes occupationnels et des niveaux de scolarité, à partir des unités classées dans la classification I.

4) Comme second stade, et toujours au premier cycle de l'itération: le calcul des redressements de revenus entre les niveaux de scolarité. Pour cela, on divise par les quantités appropriées les sous-totaux obtenus en 3) et correspondant à chacun des niveaux de scolarité. On évalue ensuite les redressements de la même façon que pour les groupes ethniques: quelle somme faut-il ajouter aux quatre niveaux inférieurs de scolarité pour obtenir un revenu moyen égal à celui d'une formation universitaire? Puis ces redressements servent à ajuster les sous-totaux de revenus de chaque groupe ethnique, de chaque niveau de scolarité et de chaque groupe occupationnel. Notons que ces ajustements sont faits à partir des sous-totaux corrigés lors du premier stade de l'itération, pour tenir compte des ajustements dus à l'appartenance ethnique.

5) Troisième stade: on calcule les redressements et on pratique les ajustements pour les groupes occupationnels comme on a fait pour les groupes ethniques et les niveaux de scolarité.

6) Ceci termine les trois stades du premier cycle des redressements. En principe, on recommence le même processus jusqu'à ce que les redressements tendent vers zéro. Dans le présent travail, nous nous sommes limités à quatre cycles complets.

L'effet de l'appartenance à une classe d'un facteur s'obtient par la sommation des redressements pour cette classe sur l'ensemble des cycles et en changeant le signe.

Deuxième partie

Interaction

Nous avons, dans l'introduction méthodologique, dit que l'interaction s'estimait par la formule:

$$(\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{..}) - [(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})]$$

L'interaction ainsi évaluée sert de base au calcul de la "composante interaction" dans l'analyse de la variance. Elle tient compte de toutes les variations non prises en compte par les effets proprement dits des facteurs et qui proviennent d'autant de sources qu'il y a de critères de classement. Mais au paragraphe 3, du chapitre VIII, nous avons évité de calculer l'interaction à l'aide de cette formule. C'est que, en plus de soulever des difficultés d'interprétation, cette formule se prête peu à la présentation des effets d'interaction. Néanmoins nous avons fait quelques calculs. Nous avons d'abord estimé des revenus standardisés pour l'éducation. Ils sont établis comme suit pour chaque

groupe ethnique: le revenu, pour les manoeuvres, est tiré directement des statistiques. Le revenu des administrateurs s'obtient en additionnant aux revenus des manoeuvres l'effet de cette catégorie occupationnelle qui apparaît au tableau 8-20 et ainsi de suite pour les autres occupations urbaines. Appliquant la formule ci-dessus, les effets d'interaction pour les administrateurs et les manoeuvres selon les groupes ethniques s'établissent comme suit:

	Français	Britanniques
administrateurs	- $863.	$579.
manoeuvres	342	- 1146

L'interprétation de ce tableau n'est pas immédiate. Mentionnons d'abord que la structure de la formule que nous avons utilisée veut que l'interaction soit positive pour les occupations supérieures et négative pour les occupations inférieures, lorsque le groupe dont on étudie l'interaction possède en général un revenu plus élevé que les autres groupes. Ceci est immédiatement évident pour les occupations supérieures. Pour les autres, considérons le cas des manoeuvres français. La valeur de la première parenthèse (de la formule) est négative mais l'interaction en fin de compte est positive parce que chacune des valeurs des parenthèses dans le crochet est négative, c'est-à-dire que les manoeuvres obtiennent non seulement moins que les travailleurs des autres occupations, ce à quoi on s'attend, mais également moins que les

manoeuvres des autres groupes ethniques. Comme quoi une interaction positive pour les manoeuvres découle d'un désavantage et l'inverse indique un avantage. Les chiffres au tableau ci-dessous indiquent donc une interaction positive pour les Britanniques et une interaction négative pour les Français.

Appendice VIII-5

Représentation graphique de l'interaction et de la collinéarité

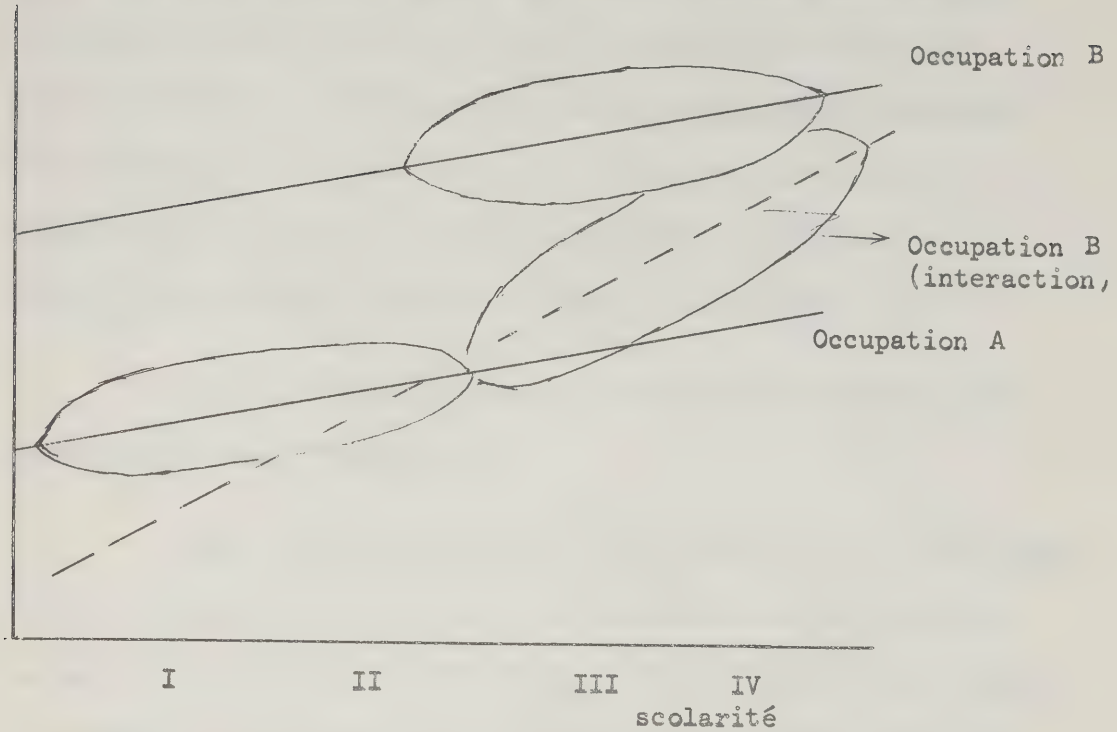
En nous inspirant de travaux de James Morgan et de John Sonquist (1), nous donnons une représentation graphique de la relation entre interaction et orthogonalité.

Il arrive qu'on confonde le biais qui est dû à l'absence d'orthogonalité et l'effet d'interaction. Pour bien les différencier, nous les avons mis en regard l'un de l'autre sur un même graphique. Soit deux facteurs explicatifs: scolarité et occupations et la variable indépendante, revenu. Il existe quatre niveaux de scolarité, I ... IV et deux occupations A et B (qui pourraient être celles des travailleurs qualifiés et des non-qualifiés). Sur le graphique ci-contre, on a le revenu en ordonnée et la scolarité en abscisse.

Soit une première situation où il existe de la collinéarité

(1) James Morgan et John Sonquist, "Problems in the Analysis of Survey Data, and a Proposal", The Journal of the American Statistical Association, juin 1963; mêmes auteurs, The Detection of Interaction Effects, Research Monograph of the Economic Behavior Program, Survey Research Center, Institute for Social Research, University of Michigan, 1964.

entre les deux facteurs, mais où l'interaction est absente.



Elle est représentée en trait plein sur le graphique. Le niveau de revenu selon les niveaux de scolarité pour l'occupation A est représenté par la courbe inférieure, alors que pour l'occupation B, il l'est par la courbe supérieure. Les ovales indiquent la concentration des observations: puisqu'il existe de la collinéarité, les sujets de l'occupation A sont concentrés au niveau I et II de scolarité, alors que ceux de l'occupation B sont groupés dans les niveaux III et IV. S'il n'y avait pas de collinéarité entre la scolarité et les occupations, les deux ovales s'étendraient sur toute la longueur de chacune des courbes.

Il est évident qu'on surestime l'effet de la scolarité

lorsqu'on l'évalue sans tenir compte des occupations. Car les effets des niveaux élevés de scolarité se trouvent amplifiés par le fait que ces niveaux de scolarité correspondent également à des occupations supérieures. C'est ce qu'on a voulu dire lorsque, dans l'introduction de cet ouvrage, on affirme que chaque facteur pris séparément exagère son importance (1).

Il est à noter que dans cette première situation, les deux courbes sont parallèles.

Soit une deuxième situation où il existe de l'interaction entre les facteurs en plus de la collinéarité. Cette deuxième situation est représentée par la courbe inférieure en trait plein (la même que dans la structure précédente) pour l'occupation A et par la courbe pointillée pour l'occupation B. Puisqu'il existe toujours de la collinéarité, la concentration des observations (représentée par les ovales) se situe à des niveaux de scolarité différents pour les courbes A et B.

Il est à noter que dans cette deuxième situation, la pente des courbes A et B est différente, c'est-à-dire que le revenu par niveau de scolarité dépend des occupations: ce qui correspond à la définition de l'interaction.

Le contraste entre les deux situations présentées ci-dessus

---

(1) Supra, p.

et qui fait ressortir l'effet d'interaction apparaît donc dans le fait que dans le premier cas les pentes des courbes A et B sont identiques, alors que dans la deuxième situation elles sont différentes.

L'assymétrie des distributions, elle, apparaît dans la position "hiérarchisée" des ovales.

- CHAPITRE IX -

- CHAPITRE IX -

SEGREGATION ET REVENUS

Chapitre IX

Ségrégation et revenus

Section 1 : Position du problème

Section 2 : Application à la province de Québec

Para. 1. : Théorie

Para. 2. : Taux relatifs théoriques de rémunération

Para. 3. : Confrontation avec les données de l'observation.

Chapitre IX

Ségrégation et revenus

A la suite de Gary S. Becker et A. Krueger, (1) nous appliquons quelques théorèmes bien connus du commerce international aux groupes anglais et français du Québec. Ces théorèmes reposent sur l'immobilité complète ou partielle des facteurs de production. Appliquée à des groupes vivant ensemble dans le même pays, une immobilité complète est mieux désignée sous le nom de ségrégation et une immobilité partielle, sous le nom de discrimination, i.e. d'une préférence réciproque pour le travail et le capital de son propre groupe. Compte tenu des objectifs poursuivis par les agents économiques on cherche à établir les effets de la ségrégation sur les niveaux de revenus des différents groupes.

---

(1) Gary S. Becker, The Economics of Discrimination, op.cit., et A. Krueger, même titre, The Journal of Political Economy, oct.1963.

Section 1 : Position du problème

L'une des théories les plus importantes dans le monde économique est celle de la théorie de la productivité marginale. Selon cette théorie, l'employeur utilise les facteurs de production jusqu'à ce que le taux de rémunération de ces facteurs soit égal à la valeur de leur produit marginal.

Soit une fonction de production:

$Q = f(L, K)$, où Q désigne la production, L, le travail et K , le capital et f, une fonction homogène de premier degré. Par le théorème d'Euler, on démontre que:

$$Q = \frac{\partial Q}{\partial L} L + \frac{\partial Q}{\partial K} K$$

ou

$$pQ = p\frac{\partial Q}{\partial L} L + p\frac{\partial Q}{\partial K} K$$

où p désigne le prix du produit.

Le premier terme du membre droit de cette équation donne la masse des revenus de travail, alors que le second donne la masse des revenus associés à l'investissement de capital. D'après cette équation, les revenus du travail $p\frac{\partial Q}{\partial L} L$ et du capital $p\frac{\partial Q}{\partial K} K$ épuisent la totalité de la production pQ. Tout le produit est donc distribué aux propriétaires des services de travail et de capital.

En utilisant les formules ci-dessus et sous réserve de certaines hypothèse, nous pouvons analyser la répartition des revenus dans le cas où une société est composée de deux communautés ethniques B et F. Car si les groupes ethniques forment autant de communautés économiques distinctes, l'analyse de la maximation et de la répartition des revenus de ces groupes peut être effectuée, par analogie, comme celle de pays différents, à partir de la théorie de l'échange international. On peut montrer par exemple, que par suite de ségrégation la limitation des échanges entre deux groupes ethniques d'un pays réduit la production totale de cette société tout en augmentant le revenu total de l'un des groupes ethniques. C'est ce qui se produit, en particulier 1) lorsque les groupes B et F possèdent les deux principaux facteurs de production, le capital et le travail, dans des proportions différentes et 2) lorsque l'un des groupes cherche à maximer le revenu de son propre groupe plutôt que le revenu total de l'ensemble du pays. Ces deux conditions reflètent, dans une certaine mesure, la situation canadienne. Pour que les groupes ethniques soient inégalement partagés au sens de la théorie, quant aux ressources de capital et de travail, il faut que ces ressources soient, à la limite, parfaitement immobiles (c'est ce que la théorie du commerce international suppose). Appliquée à des groupes ethniques, l'immobilité signifie que le capital ne passe pas indifféremment d'un groupe ethnique à un autre et que les travailleurs de différents groupes ethniques ne sont pas substituables. Quand il en est ainsi, on peut alors parler d'une possibilité de proportions différentes de facteurs (factor endowments) d'un groupe ethnique à un autre et d'une possibilité de commerce inter

groupes ethniques. En pratique, une certaine immobilité des facteurs suffit sans doute pour justifier un essai d'application de la théorie. Personne au Canada ne niera, croyons-nous, qu'entre les Canadiens français et les autres groupes ethniques, les Britanniques par exemple, le capital par unité de travail soit suffisamment différent pour supposer une immobilité au moins partielle (des facteurs). La seconde condition se rapporte aux objectifs poursuivis. Dans la théorie du commerce international, on démontre que si les échanges s'effectuent jusqu'à ce que le rendement marginal sur chacun des facteurs soit égalisé entre les pays, la production de l'univers sera maximum. Du point de vue des motifs de comportement, un tel raisonnement suppose que les agents économiques poursuivent un objectif de rendement maximum en tant que classe sociale (les capitalistes maximent leur profit, les travailleurs, leur salaire), mais sont par ailleurs indifférents au produit per capita qui en résulte pour le pays. Si on suppose au contraire que les agents économiques poursuivent un objectif national, en sacrifiant leur intérêt de classe, la production per capita de l'univers sera réduite.

De même en est-il des groupes ethniques et des échanges entre les groupes ethniques au sein d'un pays. La production per capita du pays sera maximum si les capitalistes Canadiens français et Canadiens anglais poursuivent leur intérêt de classe, mais elle sera réduite si les objectifs du groupe ethnique dans son ensemble prennent le pas sur les premiers. Il devient donc essentiel de savoir si les Canadiens se conduisent suivant la classe sociale à laquelle ils appartiennent

ou suivant le groupe ethnique auquel ils appartiennent. Le capitaliste Canadien français est-il d'abord un capitaliste ou d'abord un Canadien français? Le travailleur Canadien français est-il d'abord un travailleur ou d'abord un Canadien français?

Nous démontrerons plus loin qu'un comportement de classe augmenterait le revenu du pays par comparaison à un comportement de groupe ethnique, que dans certaines conditions un groupe ethnique particulier peut tirer avantage d'une diminution du revenu du pays en faisant porter le poids de cette diminution par d'autres groupes ethniques ou sociaux.

La même question du réalisme respectif d'un objectif de classe par opposition à un objectif "national" se pose à un second niveau.

Au-delà des comportements "spontanés" des individus, l'Etat poursuit un objectif. C'est celui de l'Etat. A première vue, on pourrait penser que l'Etat, par définition pourrait-on dire, poursuit un objectif national. Il n'est pas intéressé, au rendement maximum du capital de soi, ni au rendement maximum du travail de soi, mais à la combinaison qui résulte dans le produit <u>total per capita</u> le plus élevé. Cependant comme l'Etat peut redistribuer les revenus, il est de son intérêt, en règle générale, de tirer le rendement maximum sur chacun de ses facteurs de production. Il est de son intérêt par exemple de libérer la circulation des capitaux; et si les capitaux quittent le pays

parce que le rendement est plus élevé à l'étranger, il vaut mieux profiter de ce rendement élevé et distribuer ces gains au besoin, aux travailleurs du pays dont les salaires auront baissé. "In other words, if a unanimous decision were required, it would always be possible for those who desired trade to buy off those opposed to trade, with the result that all could be better off" (1). S'il est donc exact que l'Etat poursuit un intérêt national, cet intérêt national peut se confondre à celui des objectifs de classe de ses citoyens, par suite des politiques de redistribution qu'il a le loisir de mettre en oeuvre. Dans certains cas précis, l'Etat aura avantage à limiter les échanges et à imposer un tarif dans l'intérêt national. C'est ce que nous établissons un peu plus loin.

De même pour les échanges entre les groupes ethniques au Canada. Dans la mesure où une autorité publique pourrait s'identifier à un groupe ethnique, l'intérêt du groupe serait recherché de préférence à l'intérêt du pays, et dans certains cas particuliers, l'intérêt du groupe pourrait conduire à des politiques restrictives.

---

(1) Paul Samuelson, "The Gains from International Trade", The Canadian Journal of Economics and Political Science, mai 1939.

Section 2 : Application à la province de Québec

Dans la présente section, nous faisons une application des propositions précédentes. Nous présentons d'abord une théorie des échanges entre groupes ethniques. Ensuite, à partir des quantités de stock de travail et de capital qui existent au Québec, nous en déduisons les taux relatifs de la rémunération du travail et du capital dans les "secteurs" Français et Britanniques. Enfin nous confrontons les résultats de l'induction avec les données de l'observation.

Para. 1. : Théorie

Dans le présent paragraphe, on montre que si les agents économiques cherchent à maximer le revenu total du groupe ethnique auquel ils appartiennent, (objectif national), plutôt que la masse de revenus de chaque facteur de production (objectif de classe), ils cesseront d'exporter le facteur de production le plus abondant avant que la productivité marginale de ce facteur soit égale dans le secteur domestique et le secteur étranger.

On peut en effet démontrer que lorsque, par hypothèse, un pays est divisé en deux groupes, le groupe possédant le plus de capital a avantage, s'il veut maximer son revenu total, à limiter l'exportation de capital (à l'autre groupe). La démonstration générale

de cette proposition est basée sur la théorie du tarif optimum (1). Dans le cas présent, nous utiliserons une démonstration adaptée au problème envisagé dont la formulation est due principalement à Anne Krueger (2). Soit deux groupes que rien n'empêche de qualifier d'ethniques B et F. En B, le rapport capital-travail est plus élevé qu'en F. Le théorème stipule que si le groupe B maxime son revenu

---

(1) Nous rappelons brièvement dans cette note la théorie du tarif optimum. La maximation des échanges a pour effet d'augmenter le revenu total de l'ensemble des échangistes. Mais jusqu'à une date récente cette théorie était ambigüe en ce qui a trait aux effets des échanges sur la maximation de la production nationale des pays échangistes. Comme l'affirme de Scitovsky: "Free trade can be shown to be beneficial to the universe as a whole but has never been proved to be the best policy also for a single country. That however is not always realised". (Tibor de Scitovsky, "A Reconsideration of the Theory of Tariff", Review of Economics Studies, 1942).

Depuis lors, cette confusion s'est dissipée. Il est possible de démontrer qu'un pays peut augmenter son revenu national en imposant un tarif sur les importations ou une taxe sur les exportations

En fait, le libre-échange permet à un pays d'atteindre une situation optimale de bien-être seulement sous l'hypothèse que les prix internationaux sont indépendants des conditions de l'offre et de la demande des biens échangés. Dans ce cas, la réalisation des conditions marginales comme l'égalité entre les taux de transformation domestique, les taux de transformation sur le marché international et les taux marginaux de substitution permettent d'atteindre l'optimalité de Pareto. Mais lorsque les prix dépendent de la demande réciproque, ce pays peut augmenter son revenu total par l'imposition d'un tarif (cf.Murray C. Kemp, The Pure Theory of International Trade, Prentice-Hall (1964), p.169).

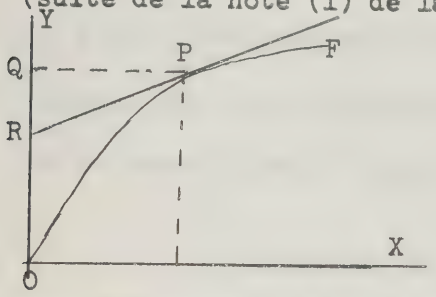
Pour démontrer cette proposition, supposons qu'un pays exporte un bien X et importe le bien Y. Les quantités possibles d'échanges entre ce pays et les autres nations peuvent être représentées par une courbe d'offre-demande dont la structure dépend des conditions de l'offre et de la demande internationale (Nous suivons de très près la méthode de De V. Graaf-Johnson. Voir H.G. Johnson, "Alternative Optimum Tariff Formulae in International Trade and Economic Growth. Harvard University Press, Cambridge). (Suite à la page suivante).

(2) A. Krueger, loc. cit.

total (revenus du capital plus revenus du travail), la productivité marginale du capital sera plus faible dans les entreprises B que dans les entreprises F par suite de la limitation à l'exportation

---

(suite de la note (1) de la page précédente)



Cette fonction d'offre-demande est représentée par la courbe OF sur le graphique ci-contre. Chacun des points de cette courbe représente la quantité du bien X qui peut être échangée contre le bien Y par le pays A. Le point P en particulier, représente la quantité OQ du bien d'importation Y qui est échangé contre la quantité PQ du bien d'exportation X. Le taux de l'échange de ces deux biens nous est donné par la pente du Vecteur OP.

Le but de l'imposition d'un tarif par la pays A est de stabiliser les échanges au point où le bien-être de la nation est maximum. Supposons que le point P représente un tel équilibre. Le mécanisme par lequel on parvient à cet équilibre, n'est pas présenté ici. Mais rappelons que le tarif optimum que le pays A peut imposer sur les biens d'un pays B est ce tarif qui stabilise les échanges à un point qui se trouve à la fois au point de rencontre des courbes d'offre-demande des deux échangistes et sur la plus haute courbe d'indifférence du pays A. (Voir sur ce point W.W. Leontief: "The Use of Indifference curve in the Analysis of Foreign Trade", Q.J.E., 1933; Tibor de Scitovsky, loc. cit., Harry Johnson, loc. cit.). Au point P, le taux marginal de transformation de X en Y par les échanges internationaux est égal au taux marginal de substitution entre X et Y sur le marché domestique. De plus, ces deux taux sont égaux à la pente de la tangente PR à la courbe d'offre-demande OF. Enfin, selon la théorie du consommateur, le taux d'échange domestique entre X et Y est égal au taux marginal de substitution de ces deux biens; il est donc aussi égal à la pente de la courbe d'offre-demande RP. Ce qui signifie que le prix domestique (dans le pays qui importe Y) de Y en termes de X, nous est donné par PQ/QR, soit p ce prix. Mais sur le marché international, le prix de Y en termes de X est PQ/OQ, soit p* ce prix. Puisque p*< p, on pourra imposer un tarif sur les biens d'importation jusqu'à ce qu'il y ait égalité entre ces deux prix.

Dès lors, le tarif optimum est représenté par la formule suivante: $p = (1 + t)\, p^*$, où t est le tarif. Par diverses transformations, on peut exprimer "t", en fonction de l'élasticité de la courbe d'offre-demande, ou de tout autre fonction de demande et d'offre des produits échangés.

La théorie des tarifs nous montre que si les nations cherchent à maximer leur revenu national, il n'y aura pas nécessairement égalisation du prix des biens échangés dans les pays qui participent au commerce international.

de capital. En partant des équations de revenu présentées ci-dessous on peut démontrer que cette différence correspond à l'expression suivante:

$$t = \frac{-1}{1 + \xi^*}$$

où t est l'écart en pourcentage des productivités marginales du capital dans les entreprises de B et de F et ξ^* est l'élasticité de la demande pour l'importation du capital par le groupe F.

Le revenu des groupes B et F est donné par les expressions suivantes (1):

$$Y^B = f(L_B, K_B - E) + f_{KF} \cdot E$$

$$Y^F = f(L_F, K_F + E) - f_{KF} \cdot E$$

$$Y^T = f(L_B, K_B - E) + f(L_F, K_F + E)$$

où:

Y^T est le revenu total;

L est le stock de travail;

K est le stock de capital;

E est l'exportation de capital (par le groupe B);

f_K est la productivité marginale du capital;

les indices B et F réfèrent aux groupes B et F.

On peut démontrer, en dérivant le revenu Y par rapport à l'exportation de capital E et en égalant le résultat à zéro, que

---

(1) A. Krueger, loc. cit., p. 482.

le revenu du groupe B sera maximum quand: (1)

$$f_{K_B} = f_{K_F} + f_{KK_F} \cdot E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Puisque f_{KK_F} est négatif, cette formule indique que l'égalité entre f_{K_B} et f_{K_F} n'est pas atteinte quand le revenu Y^B est maximum. Il existe une différence entre le prix du capital d'exportation et son prix en B. Cet écart est égal à t. On a:

$$f_{K_F} = (1 + t)\, f_{K_B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Par ailleurs, l'élasticité (1) de la demande pour l'importation de capital par le groupe F est égale à:

$$\xi^* = \frac{1}{f_{KK}} \cdot \frac{f_K}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

où f_{KK} est la seconde dérivée partielle de la production par rapport au capital. Si on résout pour E et qu'on substitue la valeur obtenue dans l'équation (1), on obtient:

$$f_{K_B} = f_{K_F} \left[1 + \frac{1}{\xi^*} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Si enfin on substitue les valeurs de cette équation dans l'équation (2), on tire (2):

$$t = \frac{-1}{1 + \xi^*} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

---

(1) Sur la définition des diverses élasticités utilisées en commerce international, voir Murray Kemp, The Pure Theory of International Trade, Prentice-Hall, 1964, p. 301-315.

(2) Cette formule prend des formes diverses suivant la nature de l'élasticité qu'on utilise pour la calculer et selon qu'on l'évalue par rapport aux prix domestiques ou aux prix étrangers. Voir Kemp, op. cit. p. 169-171, note 15 p. 180; Johnson, op. cit., p. 58-61.

Para. 2. : Taux relatifs théoriques de rémunération

En utilisant une fonction de production Cobb-Douglas, nous avons évalué t en supposant que la population de Québec est composée de deux communautés économiques correspondant à deux groupes ethniques B et F, le groupe B se donnant pour objectif de maximer son revenu global. Pour simplifier, disons qu'il existe un secteur français et un secteur britannique (1).

Soit la fonction de production:

$$Q = K^{.3} L^{.7}$$

les exposants représentent la part respective des revenus du capital et du travail dans le revenu national ou coût des facteurs.

Supposons de plus que (2) $L_B = 1$;
$L_F = 4$;
$K_B = 9$;
$K_F = 1$;

---

(1) Apportons ici quelques précisions sur l'identité des "secteurs" et des entreprises. Une entreprise est française ou britannique suivant que le propriétaire est français ou britannique. Les entreprises françaises constituent le "secteur français" alors que les entreprises britanniques, le secteur britannique. Pour les fins de l'exposé, il se produit une exportation de capital britannique, lorsque la quantité de capital britannique par travailleur français augmente. Ceci peut se produire de deux façons. Soit que les capitalistes britanniques prêtent des capitaux aux capitalistes français, ou soit que les Français travaillent en plus grand nombre dans des entreprises britanniques. Dans l'un et l'autre cas, le rapport capital/travail dans le secteur français augmente et il diminue dans le secteur britannique.

(2) Il s'agit de chiffres qui représentent des quantités relatives pour le Québec. Ce sont des estimations grossières. Elles ont néanmoins été fixées d'après les résultats obtenus dans André Raynauld, Le contrôle des entreprises du Québec selon l'origine ethnique, étude soumise à la Commission sur le Bilinguisme et le Biculturalisme.

Les deux groupes B et F disposent donc de quantités différentes de capital et de travail: le groupe B détient 9 fois plus de capital que le groupe F. Dans ces conditions, quelle doit être l'exportation de capital pour que le revenu soit maximé dans le secteur B? D'après le tableau ci-après, le revenu du secteur B est maximum lorsque ce secteur exporte 4.4 unités de capital (1). La "taxe" correspondant à ce niveau d'exportation est égale à 131.6%. Ces résultats nous conduisent à la formulation de deux hypothèses:

1- La rémunération du capital est plus élevée dans le "secteur" français que dans le secteur britannique.

2- La rémunération du travail est moins élevée dans le "secteur" français que dans le secteur britannique (2).

Les implications de cette théorie sont considérables. En effet, elle pourrait amener un groupe d'agents économiques à limiter l'offre de capital au groupe possédant davantage de travail. Cette conclusion est valable dans l'hypothèse où le groupe B cherche à maximer son revenu total. Traditionnellement, on était porté à négliger cette hypothèse. Dès lors, on concluait que les stimulants économiques amenaient le groupe économiquement majoritaire

---

(1) Les calculs ont été effectués à l'aide de la formule présentée au début de cette section.

(2) La deuxième de ces hypothèses est reprise au paragraphe suivant et confrontée avec l'observation statistique.

Tableau 9-1

Détermination de l'exportation de capital

(1) E	(2) Revenu du groupe B	(3) Revenu du groupe F	(4) Groupe B: f_K	(5) Groupe F: f_K	(6) Revenu de capital du groupe B	(7) Revenu du travail du groupe B
0	1.933	2.639	.064	.792	0.580	1.353
1	2.353	2.763	.070	.487	1.047	1.306
2	2.528	2.935	.077	.367	1.273	1.255
3	2.626	3.100	.086	.300	1.428	1.198
4	2.648	3.213	.097	.257	1.513	1.135
4.4	2.6534	3.308	.103	.244	1.548	1.106
5	2.647	3.386	.114	.226	1.586	1.061
6	2.608	3.515	.129	.203	1.635	0.973
7	2.527	3.633	.185	.185	1.665	0.862

Suite du Tableau 9-1
Détermination de l'exportation de capital

(8) E	(9) Groupe B: f_L	(10) Groupe F: f_L	(11) Revenu de capital du groupe F	(12) Revenu du travail du groupe F	(13) ξ^*	(14) t en pourcentage de f_{K_F}
0	1.353	0.462	0.792	1.847		
1	1.306	0.569	0.487	2.276		
2	1.255	0.642	0.367	2.568		
3	1.198	0.700	0.300	2.800		
4	1.135	0.739	0.257	2.956		
4.4	1.106	0.766	0.244	3.064	-1.760	131.6*
5	1.061	0.790	0.226	3.160		
6	0.973	0.828	0.203	3.312		
7	0.862	0.862	0.185	3.448		

* On peut faire la "preuve" de ces résultats en utilisant l'expression

$$t = \frac{f_{K_F} - f_{K_B}}{f_{K_B}}$$

qui donne 136.9, soit une différence de 4% avec les résultats obtenus par la méthode analytique.

à exporter du capital dans le secteur minoritaire jusqu'à ce que le taux de rémunération du capital soit le même dans les deux secteurs. Mais les conclusions de A. Krueger présentent une alternative à cette théorie.

Il est important ici d'attirer l'attention sur deux points particuliers:

α) - L'analyse que nous venons de faire sur les échanges entre deux groupes économiques conclut à l'existence possible d'un équilibre, sans toutefois que la productivité marginale du capital soit la même dans les deux secteurs. Cette différence tient au fait que le groupe économiquement majoritaire cherche à maximer le revenu total de son groupe. Elle ne résulte pas, comme chez Becker (1), d'une propension à la discrimination. Utilisant le modèle de cet auteur, on pourrait dire qu'un capitaliste appartenant au groupe B se comporte comme si le taux réel de rendement sur le capital exporté dans le secteur F est égal non pas à π mais à $\pi(1-\rho)$ où π est le taux de rendement sur le capital et ρ le coefficient de discrimination du groupe B. Un entrepreneur n'exporterait de capital dans le secteurFque si le rendement sur le capital dans ce secteur était supérieur à celui existant dans B, d'une valeur au moins égale à $\rho\pi$. Cependant, les résultats obtenus par une analyse fondée sur la théorie des échanges ne sont pas nécessairement différents de ceux obtenus par une analyse fondée sur le concept de discrimination de Becker. D'après

(1) The Economics of Discrimination, Chicago University Press, 1957.

l'exemple précédent, le libre échange (aucune ségrégation) conduit à l'exportation de 7 unités de capital. Dans le cas de ségrégation, l'exportation de capital est évidemment nulle. Il est donc possible que le taux de discrimination soit tel que l'exportation de capital se situe à 4.4 unités. Dans ce cas, les échanges entre les deux groupes ethniques se situeraient au même niveau que celui qui existe lorsque le groupe B restreint l'exportation de capital dans le but de maximiser son revenu total.

β) - L'exportation de capital n'est restreinte que si l'on cherche à maximer le revenu total du groupe B. Si les capitalistes ne cherchaient que la maximation de leur propre revenu, ils exporteraient davantage de capital. Mais le revenu des salariés appartenant au groupe B est cependant plus élevé qu'il ne l'est, lorsqu'il n'y a pas de restriction dans l'exportation de capital. De plus, le revenu des capitalistes appartenant au groupe F est plus élevé que celui qui existe dans une situation d'échange maximum entre les secteurs B et F; par contre la limitation des échanges réduit la rémunération des salariés appartenant au groupe F.

Pour faire le lien avec les propositions formulées au paragraphe précédent, disons que ces conclusions ont été obtenues en faisans l'hypothèse que les capitalistes avaient un comportement centré sur un objectif national, plutôt que sur un objectif de classe.

Para. 3. : Confrontation avec les données de l'observation

Au premier paragraphe de cette section, nous avons présenté une théorie faisant ressortir le processus des échanges entre deux communautés. Par la suite, nous avons présenté un exemple choisi en vue de représenter la situation respective des Français et des Britanniques pour ce qui est de leur apport en travail et capital à la production. Les résultats de cette analyse sont à l'effet que la recherche de la maximation des revenus totaux par le groupe qui possède le plus de capital (groupe B) se traduit par une hausse des revenus des offreurs de travail en B et des capitalistes en F; et une baisse des revenus de travail de F et des rentes de B.

Retenons de l'analyse précédente qu'une ségrégation des facteurs de production ou une limitation de l'"exportation" de capital de B vers F se traduit par des revenus de travail plus bas pour les agents économiques de F par rapport à ceux de B. D'après le tableau précédent, les Français devraient avoir un revenu de travail égal à 69% de celui des Britanniques (1).

C'est une hypothèse, d'ailleurs précaire, si l'on considère qu'elle a été formulée à partir de résultats obtenus dans le

---

(1) La productivité marginale du travail de B égale 1.106 et celle de F égale .766.

cadre restrictif de la fonction Cobb-Douglas et des postulats marginalistes.

Pourtant cette hypothèse ne semble pas être rejetée par l'ensemble des statistiques (1). En effet, les statistiques colligées dans les chapitres précédents montrent que les revenus de travail des Français sont en général plus bas que ceux des Britanniques. Et l'observation tient, même après que l'on a pris en compte les facteurs d'hétérogénéité du travail comme le niveau de scolarité et la pyramide des âges. Ces deux facteurs expliquent approximativement 40 pour cent de l'écart de revenus de $\sim$ $1951. entre Français et Britanniques au Québec. Or, les différences dans le niveau de scolarité et la structure d'âge rendent compte de la différence de qualification (acquise par une éducation formelle et par l'expérience) entre Français et Britanniques; ainsi que de la différence de rendement entre ces deux groupes lorsque l'offre de travail est parfaitement élastique. Le reste (soit 60% de $\sim$ $1951.) peut donc, en gros, être considéré comme étant dû à la balkanisation du marché du travail et à la ségrégation du capital.

---

(1) Qu'une hypothèse ne soit pas rejetée ne renforce nullement la théorie qu'elle résume. Le plus qu'on puisse dire c'est que la confrontation statistique ne fait rien pour l'affaiblir. Les faits peuvent amener le rejet d'une théorie, mais ils ne peuvent la confirmer.

Après voir tiré les conclusions théoriques en supposant que l'hypothèse de comportement (soit la maximation du revenu total du groupe B) se réalisait pleinement, il convient maintenant d'apporter certaines nuances; car il est raisonnable de penser que la réalité se situe entre les deux situations extrêmes de la mobilité parfaite du capital d'un côté et de la maximation du revenu total de l'autre.

En fait, les statistiques suggèrent que la théorie dans toute sa rigueur (et ses restrictions) force la réalité. Comparons le taux relatif théorique de rémunération des observations statistiques. On a déjà noté que le premier s'élève à .692. Ce taux est évalué dans l'hypothèse implicite que le travail de B et le travail de F sont homogènes. Puisqu'il n'en est pas ainsi dans la réalité, corrigeons les taux observés de F pour les rendre comparables aux taux de B. Le rapport des taux observés de F et B est de .647 (1). Corrigeant le taux français pour tenir compte des différences d'âge et de scolarité entre Français et Britanniques, nous obtenons un revenu de travail des Français égal à .788 celui des Britanniques. Ce rapport est plus élevé que celui qui est "prédit" par la théorie. L'exportation de capital du

---

(1) Le revenu moyen de travail de la main-d'oeuvre masculine, Québec 1961 est de $3579. pour les Français et de $5530. pour les Britanniques (tableau 125). Le premier divisé par le second donne .647.

"secteur" B au "secteur" F est donc, en fait, plus élevée que 4.4 unités.

Pour une exportation de 5 4 unités de capital, le taux théorique est de .784, ce qui est encore inférieur à la situation de mobilité parfaite du capital, où l'exportation est de 7 unités.

Dans les analyses précédentes, nous avons retenu en plus de l'âge et de l'éducation la structure occupationnelle et la structure industrielle parmi les explications des écarts de revenus. Mais il s'agissait là de constatations ex post. Dans une perspective dynamique, certains facteurs, comme la structure occupationnelle, sont des effets du fonctionnement du marché du travail; seuls l'éducation (1) ou l'âge sont des causes originelles des écarts de revenus. Et la théorie des prix conduit à la conclusion que, exception faite des perturbations aléatoires, et sur un même marché de travail, le revenu doit être le même chez tous les travailleurs de même qualification, indépendamment de leur appartenance ethnique.

D'ailleurs la ségrégation économique prend des formes diverses. Et l'une d'elle est la concentration de groupes ethniques

---

(1) Cette affirmation est quelque peu héroïque. Il existe en effet des différences dans la qualité de l'éducation, de sorte que des comparaisons purement quantitatives ne donneraient pas un aperçu exact des capacités productives des divers groupes ethniques. On peut d'ailleurs formuler la même réserve pour ce qui concerne disons l'état de santé qui peut varier d'un groupe ethnique à l'autre. Par ailleurs, nous avons déjà noté que certaines caractéristiques comme les traits de personalité peuvent influer sur le rendement économique.

dans certaines catégories occupationnelles ou certaines classes de catégories occupationnelles (1). Cette viscosité des groupes occupationnels résulte de la complémentarité qui existe entre le capital et le travail appartenant à un même groupe ethnique. Cette complémentarité est à l'origine de l'interaction que l'on a observée entre la scolarité ou la structure occupationnelle d'une part et les groupes ethniques d'autre part. L'existence de cette interaction nous permet d'ailleurs de préciser la forme de la complémentarité ethnique. En effet, elle signifie que la complémentarité qui existe entre les facteurs de production (capital et travail) appartenant à un même groupe ethnique est plus élevée pour les niveaux de scolarité ou les groupes occupationnels supérieurs que pour les autres classes. (Pour prendre un cas précis, la complémentarité entre le travail et le capital britanniques est d'autant plus forte qu'il s'agit d'un travail qualifié).

---

(1) Nous avons, dans un précédent chapitre, utilisé une algèbre qui nous conduisait aux conclusions suivantes: si le niveau de scolarité des Français était le même que celui des Britanniques, la proportion des Français dans les fonctions administratives serait la même que celle des Britanniques. Cette conclusion peut atténuer la portée de l'hypothèse de la ségrégation occupationnelle; mais ne solutionne pas le problème soulevé par l'écart qui existe entre la rémunération des Britanniques et des Français pour un même niveau de scolarité.

BIBLIOGRAPHIE

Adams, Francis Gerard — The size of individual incomes: socio-economic variables and chance variation, The Review of Economics and Statistics, novembre 1958.

Aitchison, J. et Brown, J.A.C. — On criteria for description of income distribution, Metroeconomica, décembre 1954.

Allen, Patrick — Occupations et origines ethniques, I- Analyse des occupations primaires et secondaires, Québec, 1931 à 1951, L'Actualité Economique, avril - juin 1962.

Allen, Patrick — Occupations et origines ethniques, II- Analyse des occupations tertiaires, Québec, 1931 - 1951, L'Actualité Economique, juillet - septembre 1962.

Becker, Gary Stanley — Underinvestment in college education?, American Economic Review, Proceedings mai 1960.

Becker, Gary Stanley — Human Capital, National Bureau of Economic Research, Columbia University Press, 1964.

Becker, Gary Stanley — The Economics of Discrimination, University of Chicago Press, 1957.

Blaug, Mark — The Rate of Return on Investment in Education in Great Britain, The Manchester School of Economic and Social Studies, septembre 1965.

Blaug, Mark — On Economic Interpretation of the Private Demand for Education, Economica, mai 1966.

Bowman, Mary Jean — A graphical analysis of personal income distribution in the United States, American Economic Review, septembre 1945.

Brown, Robert et Fisher, F.M. — Negro-White Savings Differentials and the Modigliani-Brumberg Hypothesis, Review of Economics and Statistics, février 1958.

Champernowne, D.G. — A model of income distribution, The Economic Journal, juin 1953.

Denison, Edward F. — Income types and the size distribution, American Economic Review, Proceedings, mai 1954.

Denison, Edward F. — The Sources of Economic Growth in the U.S. and the Alternatives Before Us, C.E.D., janvier 1962.

Dofny, J. — Les ingénieurs canadiens-français et canadiens-anglais à Montréal, Commission royale d'Enquête sur le Bilinguisme et le Biculturalisme, mars 1966.

Eckaus, Richard S. — Investment in human Capital: A comment, The Journal of Political Economy, octobre 1963.

Fisher, A.G.B. — Le développement de l'instruction et les taux relatifs de salaire, Revue internationale du Travail, juin 1932.

Friedman, Milton — Choice, chance and the personal distribution of income, The Journal of Political Economy, mai 1953.

Friedman, Milton et Kyznet, Simon — Income from Independant Professional Practice, National Bureau of Economic Research, Princeton University Press, New York 1954.

Garvy, George — Functional and size distributions of income and their meaning, American Economic Review, Proceedings, mai 1954.

Gibrat, Robert — On Economic Inequalities, International Economic Papers, no 7.

Goldsmith, S. — Size distribution of income since the mid-thirties, The Review of Economics and Statistics, février 1954.

Hansen, William Lee — Life cycle earnings patterns and intra-occupational differences in earnings, Johns Hopkins University, 1958.

Hollister, R.G. — The Economics of Manpower Forecasting, International Labor Review, avril 1964.

Houthakker, Hendrik S. — Education and Income, Review of Economics and Statistics, février 1959.

Johnson, D. Gale — Some Effects of Region, Community Size Color and Occupation on Family and Individual Income, Studies in Income and Wealth XV National Bureau of Economics Research, vol. # 15, 1952

Klarman, H.E. — Statistical Study of Income Differences among Communities, Studies in Income and Wealth VI, National Bureau of Economics Research, vol. # 6, 1943.

Kravis, I.B. — The Structure of Income, Some Quantitative Essays, University of Pensylvania Press, 1962.

Krueger, Anne Osborn — The economics of discrimination, Journal of Political Economy, octobre 1963.

Kuznets, Simon Smith — Shares of upper income groups in income and savings, New York, National Bureau of Economic Research, 1953.

Lebergott, Stanley — The shape of the income distribution, American Economic Review, juin 1959.

Lieberson, Stanley — Ethnic patterns in american cities, The Free Press of Glencoe, New York, 1963.

Lydall, Harold French — The distribution of employment incomes, Econometrica, janvier 1959.

Marion, Gérald — L'offre de travail et la disparité occupationnelle des salaires en longue période, L'Actualité Economique, juillet - septembre, 1963.

Mayer, Thomas — The Distribution of ability and earnings, The Review of Economics and Statistics, mai 1960.

Miller, Herman P. — Income of the American people, New York, Wiley, 1955.

Mincer, Jacob — Investment in human capital and personal income distribution, Journal of Political Economy, août 1958.

Mincer, Jacob — On-the-job training: costs, returns and some implication, The Journal of Political Economy, octobre 1962.

Mincer, Jacob — Labor supply, family, income and consumption, American Economic Review, mai 1960.

Ministère du Travail, Ottawa — Tendance des occupations au Canada, 1931 - 1961, septembre 1963.

Morgan, J.N. et Martin, David — Education and Income, Quarterly Journal of Economics, août 1963.

Morgan, James N. — The anatomy of income distribution, The Review of Economics and Statistics, août 1962.

N.B.E.R. — Regional Income, Studies in Income and Wealth, vol. 21, Princeton University Press, Princeton, 1957.

O.C.D.E. — Le facteur résiduel et le progrès économique, Paris 1964.

Perlman, Mark (éditeur) — Human Resources in the Urban Economy, Resources for the Future, Washington 1962.

Peerlman, Richard — Value productivity and the interindustry wage structure, Industrial and Labor Relations Review, octobre 1956.

Porter, John — The Vertical Mosaic, University of Toronto Press, 1965.

Podoluk, J.R. — Earnings and Education, D.B.S. Ottawa, # 91-510, 1965.

Rayack, Elton — Discrimination and the occupational progress of Negroes, Review of Economics and Statistics, mai 1961.

Raynauld, André — Croissance et Structure économiques de la Province de Québec, Québec, 1961.

Reder, Melvin Warren — Age and Income, American Economic Review, mai 1954.

Reder, M.W. — Theory of Occupational Wage Differentials, American Economic Review, décembre 1955.

Reder, M.A. — Wage Differentials: Theory and Measurement, Aspects of Labor Economics, N.B.E.R., Princeton University Press, 1962.

Reder, M. — Wage Structure and Structural Unemployment, The Review of Economics Studies, octobre 1964.

Renshaw, Edward F. — Estimating the returns to education, The Review of Economics and Statistics, août 1960.

Rhodes, Edmund Cecil — The distribution of incomes, Economica, août 1942.

Soltow, Lee — The Distribution of income related to changes in the distribution of education, age and occupation, Review of Economics and Statistics, novembre 1960.

Soltow, Lee — Shifts in factor payments and income distributions, American Economic Review, juin 1959.

Sten-Olof Dᵒᵒs — Les prévisions à long terme de l'emploi: Quelques aspects de l'organisation et des méthodes en vigueur en Suède, Prévisions de l'emploi, O.C.D.E., Paris, 1963.

Stevens, W.L. — Statistical Analysis of a Non-Orthogonal Tri-Factorial Experiment, Biometrica, vol. 35, 1948.

Tinbergen, Jan — Les prévisions et le planning de l'emploi, Prévisions de l'emploi, O.C.D.E., Paris, 1963.

Tinbergen, Jan — Welfare economics and income distribution, American Economic Review, Proceedings, mai 1957.

Zeman, M. — A quantitative analysis of white - non white income differentials in the United States, thèse non publiée, University of Chicago, 1955.